INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Roman Kubínek

Sbírka příkladů z elektřiny a magnetismu

Tato sbírka příkladů slouží k procvičení učiva přednášeného v rámci přednášek KEF/EMG Elektřina a magnestimus.

KATEDRA EXPERIMENTÁLNÍ FYZIKY UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Obsah

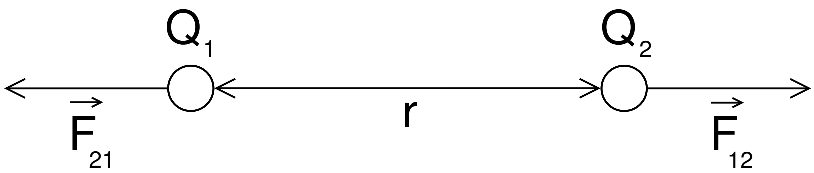
verze z 30. října 2011

Tento projekt je spolufinancován *Evropským sociálním fondem* a státním rozpočtem České republiky v rámci projektu *Moderní technologie ve studiu aplikované fyziky* (CZ.1.07/2.2.00/07.0018).

1. Elektrostatika

1.1. Řešené příklady

Příklad 1.1 Jakou silou by na sebe působily dvě koule ve vzdálenosti 1 km, má-li každá náboj 1 C?



Řešení

$Q_1 = Q_2 = 1\,\mathrm{C}$ $\quad F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

$r = 10^3\,\mathrm{m}$ $\quad F = 9\cdot 10^9 \frac{1}{10^6} = \underline{\underline{9\cdot 10^3\,\mathrm{N}}}$

Příklad 1.2 Jaká je odpudivá síla, která by působila mezi atomovým jádrem atomu zlata a jádrem atomu hélia (částice α) při vzájemné vzdálenosti $r = 10^{-14}$ m? Určete zrychlení částice α.

Řešení

$Q_1 = -79e = -1{,}266\cdot 10^{-17}\,\mathrm{C}$ $\quad F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

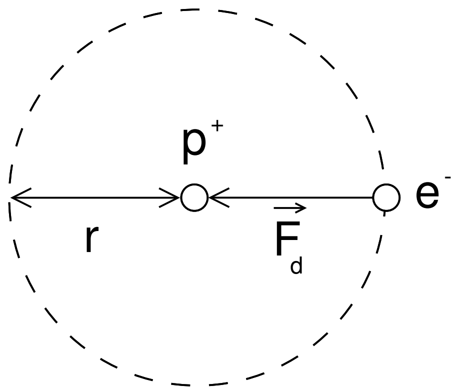
$Q_2 = -2e = -3{,}204\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ $\quad F = 9\cdot 10^9 \frac{1{,}266\cdot 3{,}204\cdot 10^{-36}}{10^{-28}} = \underline{\underline{365\,\mathrm{N}}}$

$r = 10^{-14}\,\mathrm{m}$ $\quad a = \frac{F}{m_\alpha}$

$m_\alpha = 6{,}64\cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$ $\quad a = \frac{365}{6{,}64\cdot 10^{-27}} = \underline{\underline{5{,}5\cdot 10^{28}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}}}$

Příklad 1.3 V Bohrově modelu atomu vodíku obíhá elektron po kruhové dráze o poloměru $r = 5{,}28\cdot 10^{-11}$ m kolem protonu. Vypočtěte:

- počet oběhů kolem jádra za 1 s,
- jaká je obvodová rychlost pohybu elektronu na této dráze.



Řešení

$e = 1{,}602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ $\quad F_e = F_{\text{dostř}}$

$m_e = 9{,}109\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ $\quad k\frac{e^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$

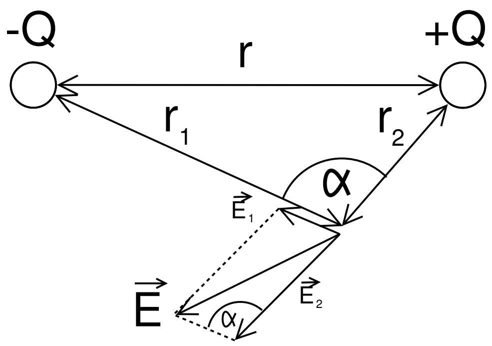
$r = 5{,}28\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$ $\quad v = e\sqrt{\frac{k}{mr}}$

$$v = 1{,}602\cdot 10^{-19}\sqrt{\frac{9\cdot 10^9}{9{,}109\cdot 5{,}28\cdot 10^{-42}}} = \underline{\underline{2{,}19\cdot 10^6\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}}}$$

$$f = \frac{v}{2\pi r}$$

$$f = \frac{2{,}19\cdot 10^6}{2\cdot 3{,}14\cdot 5{,}28\cdot 10^{-11}} = \underline{\underline{6{,}6\cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}}}$$

Příklad 1.4 Dva bodové náboje $1{,}5 \cdot 10^{-7}$ C opačných znamének jsou vzdáleny 10 cm. Vypočtěte intenzitu elektrického pole v bodě, který je od kladného náboje vzdálen 20 cm a od záporného 15 cm.

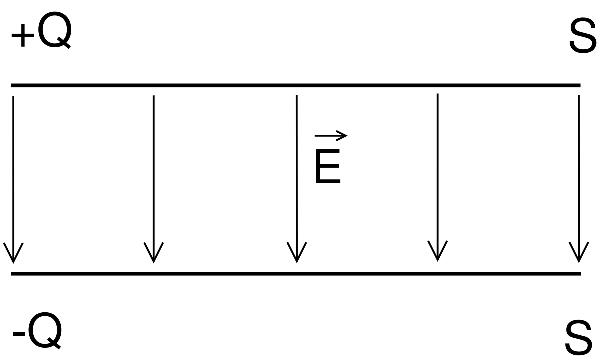


Řešení

$Q = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ C
$r = 0{,}1$ m
$r_1 = 0{,}2$ m
$r_2 = 0{,}15$ m

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha$$
$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r^2}{2r_1r_2}$$
$$\cos\alpha = \frac{0{,}04 + 0{,}0225 - 0{,}01}{0{,}06} = 0{,}875$$
$$E_1 = k\frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1{,}5 \cdot 10^{-7}}{0{,}04} = 3{,}375 \cdot 10^4\ \mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$$
$$E_2 = k\frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1{,}5 \cdot 10^{-7}}{0{,}0225} = 6 \cdot 10^4\ \mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$$
$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\alpha}$$
$$E = \sqrt{3{,}375^2 \cdot 10^8 + 6^2 \cdot 10^8 - 2 \cdot 3{,}375 \cdot 6 \cdot 10^8 \cdot 0{,}875} = \underline{\underline{3{,}457 \cdot 10^4\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}}}$$

Příklad 1.5 Intenzita elektrického pole mezi dvěma rovnoběžnými deskami nabitými nesouhlasnými náboji je $E = 10\ \mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$. Je-li plocha každé desky $S = 10^{-2}\ \mathrm{m^2}$, určete jejich náboje (nepřihlížejte k rozptylu siločár na okrajích desek a uvažujte homogenní pole).



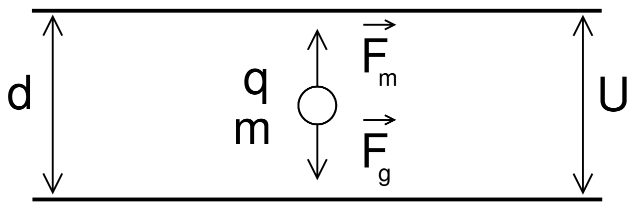
Řešení

$E = 10\ \mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$
$S = 10^{-2}\ \mathrm{m^2}$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$
$$Q = S\sigma = SE\epsilon_0$$
$$Q = 10^{-2} \cdot 10 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} = \underline{\underline{8{,}854 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{C}}}$$

Příklad 1.6 Ve vertikálním homogenním elektrickém poli deskového kondenzátoru, mezi jehož deskami je napětí $U = 6\,000$ V, se vznáší záporně nabitá kapka oleje o hmotnosti $m = 10^{-8}$ g. Je-li vzdálenost desek $d = 2$cm, vypočtěte:

- náboj kapky,
- počet volných elektronů v kapce.



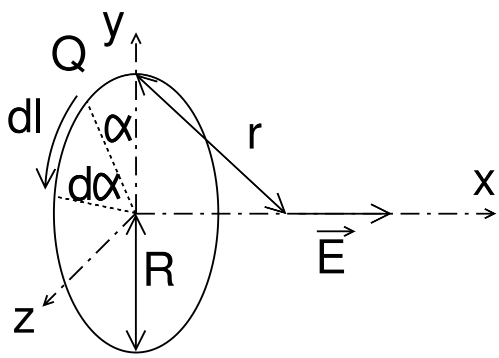
Řešení

$U = 6\,000\,\text{V}$
$m = 10^{-11}\,\text{kg}$
$d = 0{,}02\,\text{m}$

$F_e = F_G$
$QE = mg, E = \frac{U}{d}$
$Q = \frac{mgd}{U}$
$Q = \frac{10^{-11}\cdot 9{,}81\cdot 0{,}02}{6000} = \underline{\underline{3{,}33\cdot 10^{-15}\,\text{C}}}$
$n = \frac{Q}{e} = \frac{3{,}33\cdot 10^{-15}}{1{,}602\cdot 10^{-19}} = \underline{\underline{2\,083}}$

Příklad 1.7 Tenký drát je stočený do tvaru kružnice o poloměru $R = 5\,\text{cm}$ a nabit rovnoměrně rozloženým nábojem $Q = 6\cdot 10^{-7}\,\text{C}$. Vypočtěte:

- intenzitu elektrického pole na kolmici k rovině závitu vztyčené ve středu závitu v bodě vzdáleném 10 cm od středu závitu,
- jaká je intenzita ve středu závitu,
- v kterém bodě na výše uvedené kolmici má intenzita největší hodnotu.

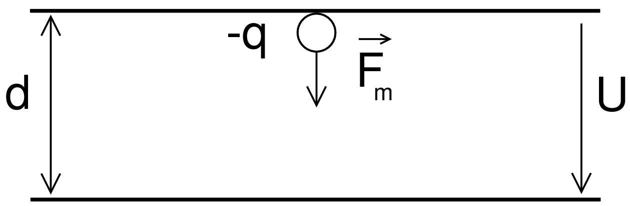


Řešení

$Q = 6\cdot 10^{-7}\,\text{C}$
$R = 5\cdot 10^{-3}\,\text{m}$
$d = 0{,}1\,\text{m}$

$\vec{r} = \vec{i}\,x - \vec{j}\,y - \vec{k}\,z$
$r = \sqrt{x^2 + R^2}$
$y = R\cos\alpha, z = R\sin\alpha$
$\mathrm{d}l = R\mathrm{d}\alpha$
$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\tau \mathrm{d}l}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\left(\vec{i}\,x - \vec{j}\,y - \vec{k}\,z\right)$
$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\tau R\mathrm{d}\alpha}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\left(\vec{i}\,x - \vec{j}\,R\cos\alpha - \vec{k}\,\sin\alpha\right)$
$\vec{E} = \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\tau R}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi}\left(\vec{i}\,x - \vec{j}\,R\cos\alpha - \vec{k}\,R\sin\alpha\right)\mathrm{d}\alpha$
$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\tau R}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{i}\,2\pi x = \vec{i}\,\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}x$
$E(x=d) = 9\cdot 10^9\frac{6\cdot 10^{-7}}{(0{,}1^2+0{,}05^2)^{\frac{3}{2}}}0{,}1 \doteq \underline{\underline{3{,}86\cdot 10^5\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}}}$
$E(x=0) = \underline{\underline{0\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}}}$
$\frac{dE}{dx} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{-2x^2+R^2}{(x^2+R^2)^{\frac{5}{2}}}$
$\frac{dE}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{R}{\sqrt{2}}\,\text{m}}}$

Příklad 1.8 Mezi dvěma rovnoběžnými deskami vzdálenými od sebe $d = 2\,\text{cm}$ je napětí $U = 1\,000\,\text{V}$. Vypočtěte, jakou rychlostí by dopadl na kladnou desku elektron, který vystoupil ze záporné desky s nulovou počáteční rychlostí.



Řešení

$d = 0{,}02\,\mathrm{m}$ $\quad E = \frac{U}{d}, F = eE, a = \frac{F}{m}$

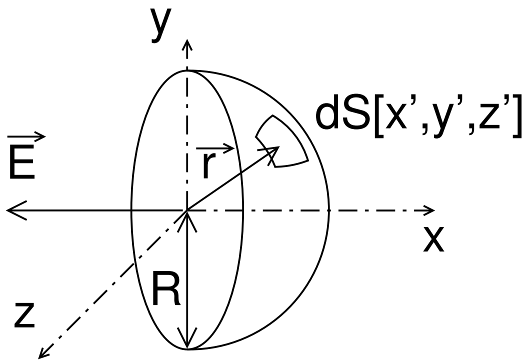
$U = 1\,000\,\mathrm{V}$ $\quad a = \frac{eU}{md}$

$d = \frac{1}{2}at^2, v = at$

$v = \frac{eU}{md}\sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

$v = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}\cdot 10^3}{9{,}109\cdot 10^{-31}}} = \underline{\underline{1{,}88\cdot 10^7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}}$

Příklad 1.9 Plocha tvaru polokoule o poloměru R je nabita kladným nábojem rozloženým s konstantní plošnou hustotou σ. Vypočtěte intenzitu a potenciál elektrického pole ve středu polokoule.



Řešení

σ $\quad \vec{r} = \vec{i}x' + \vec{j}y' + \vec{k}z'$

R $\quad x'^2 + y'^2 + z'^2 = R^2$

sférické souřadnice: $x' = R\cos\alpha, y' = R\sin\alpha\cos\beta, z' = R\sin\alpha\sin\beta$

$\mathrm{d}Q = \sigma dS$

$\mathrm{d}S = R^2\alpha\beta$

$\overrightarrow{\mathrm{d}E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\mathrm{d}Q}{r^3}\vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma\mathrm{d}S}{R^3}\left(\vec{i}x' + \vec{j}y' + \vec{k}z'\right)$

$\overrightarrow{\mathrm{d}E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma R^2\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta}{R^3}\left(\vec{i}R\cos\alpha + \vec{j}R\sin\alpha\cos\beta + \vec{k}R\sin\alpha\sin\beta\right)$

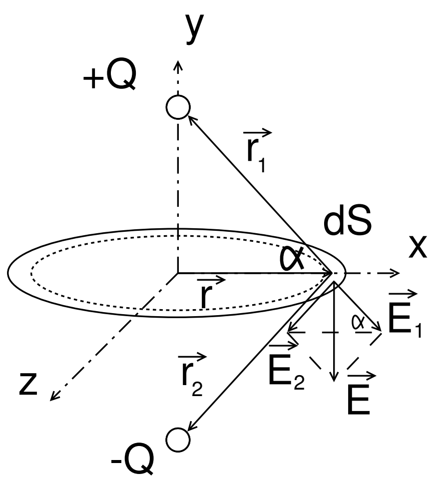
$\vec{E} = \int\int\overrightarrow{\mathrm{d}E} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2\pi}\left(\vec{i}\cos\alpha + \vec{j}\sin\alpha\cos\beta + \vec{k}\sin\alpha\sin\beta\right)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta$

$\vec{E} = \underline{\underline{\vec{i}\frac{\sigma}{2\epsilon_0}}}$

$\mathrm{d}\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\mathrm{d}Q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sigma R\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta$

$\varphi = \int\int\mathrm{d}\varphi = \frac{\sigma R}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta = \underline{\underline{\frac{\pi}{4\epsilon_0}\sigma R}}$

Příklad 1.10 Záporný bodový náboj $-Q$ je umístěn v bodě o souřadnicích $(0, -a, 0)$, kladný bodový náboj $+Q$ je umístěn v bodě $(0, +a, 0)$. Vypočtěte tok Φ_e vektoru elektrické intenzity plochami kruhu o poloměru R se středem v počátku souřadné soustavy a ležícím v rovině $(x, 0, z)$.



Řešení

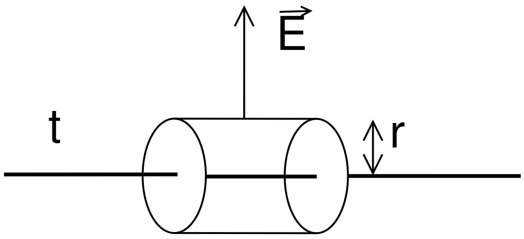
Q $\qquad \vec{E} = -\vec{j}2E_1 \sin\alpha = -\vec{j}2\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_1^2}\frac{a}{r_1} = -\vec{j}\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{Qa}{\left(a^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

a $\qquad d\vec{S} = -\vec{j}r\,dr\,d\alpha$

$$d\Phi_e = \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}Qa\frac{r\,dr\,d\alpha}{\left(a^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\Phi_e = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}Qa\int_0^R \frac{r\,dr}{\left(a^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{Qa}{\epsilon_0}\int_a^{\sqrt{a^2+R^2}}\frac{dt}{t^2} = a - \sqrt{a^2+R^2} = \underline{\underline{a\left(1-\sqrt{1+\left(\frac{R}{a}\right)^2}\right)}}$$

Příklad 1.11 Tenký, velmi dlouhý, přímý drát je nabit nábojem rozloženým s konstantní lineární hustotou τ. Pomocí Gaussovy elektrostatické věty vypočtěte intenzitu elektrického pole ve vzdálenosti r od drátu.

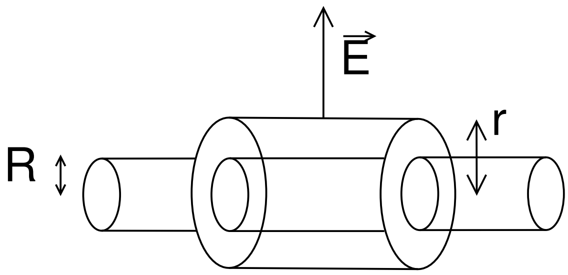


Řešení

Gaussova plocha (válec)

$$\Delta S = 2\pi r\Delta l$$
$$Q_c = \tau\Delta l$$
$$E\Delta S = \frac{Q_c}{\epsilon_0}$$
$$E = \underline{\underline{\frac{\tau}{2\pi r\epsilon_0}}}$$

Příklad 1.12 Velmi dlouhá, válcová plocha o poloměru R je nabitá nábojem rovnoměrně rozloženým s konstantní plošnou hustotou σ. Pomocí Gaussovy elektrostatické věty vypočtěte intenzitu elektrického pole ve vzdálenosti r od osy válcové plochy.



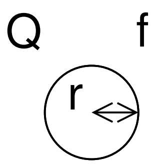
Řešení

$\Delta S = 2\pi r\Delta l$ $\qquad \Delta\Phi = \frac{\Delta Q}{\epsilon_0}$

$\Delta\Phi = E\Delta S = 2\pi r\Delta l E$ $\qquad 2\pi r\Delta l E = \frac{2\pi R\Delta l\sigma}{\epsilon_0}$

$\Delta Q = \sigma 2\pi R\Delta l$ $\qquad E = \underline{\underline{\frac{\sigma R}{\epsilon_0 r}}}$

Příklad 1.13 Jak velký by musel být poloměr osamocené vodivé koule, která by se elektrickým nábojem $Q = 5\cdot 10^{-6}$ C nabila na potenciál $\varphi = 10^4$ V?



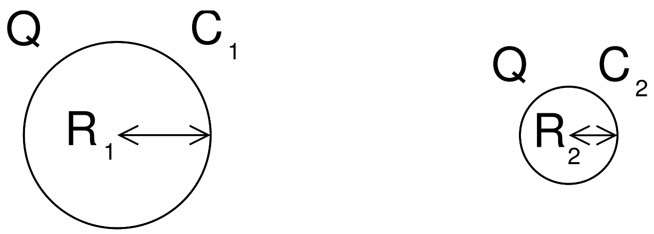
Řešení

$\varphi = 10^4\,\mathrm{V}$ $\qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}$

$Q = 5\cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}$ $\qquad r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\varphi}$

$$r = 9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-6}}{10^4} = \underline{\underline{4{,}5\,\mathrm{m}}}$$

Příklad 1.14 Z vodivé mýdlové bubliny poloměru $R = 2\,\text{cm}$ a nabité na potenciál $\varphi_1 = 1\,000\,\text{V}$ vznikne po prasknutí kapka o poloměru $R_2 = 0{,}05\,\text{cm}$. Jaký je potenciál kapky?



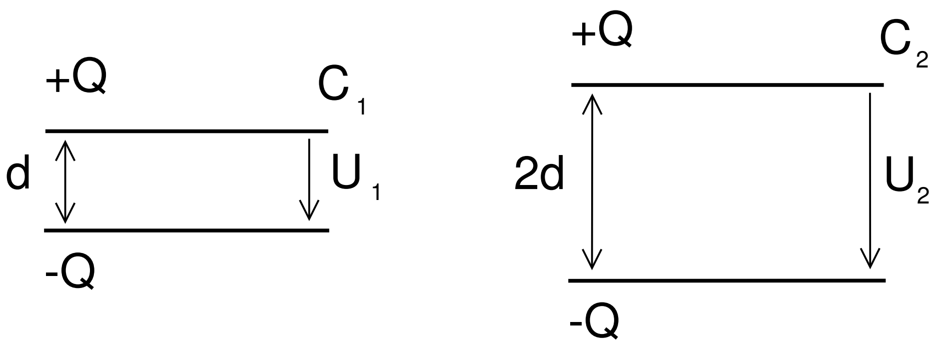
Řešení

$R_1 = 0{,}02\,\text{m}$
$R_2 = 5 \cdot 10^{-4}\,\text{m}$
$\varphi_1 = 10^3\,\text{V}$

$\varphi_1 = k\frac{Q}{r_1}, \varphi_2 = k\frac{Q}{r_2}$
$\varphi_2 = \varphi_1 \frac{R_1}{R_2}$
$\varphi_2 = 10^3 \frac{2 \cdot 10^2}{5 \cdot 10^{-4}} = \underline{\underline{4 \cdot 10^4\,\text{V}}}$

Příklad 1.15 Vzduchový kondenzátor se skládá ze dvou rovnoběžných blízkých desek a má kapacitu $C = 1\,000\,\text{pF}$. Náboj každé desky je $Q = 1\,\mu\text{C}$. Vypočtěte:

- jaké je napětí mezi deskami,
- zůstává-li náboj stejný, jaké bude mezi deskami napětí, jestliže jejich vzdálenost zdvojnásobíme,
- jakou práci musíme vykonat, aby bylo dosaženo zdvojnásobení vzdálenosti desek.

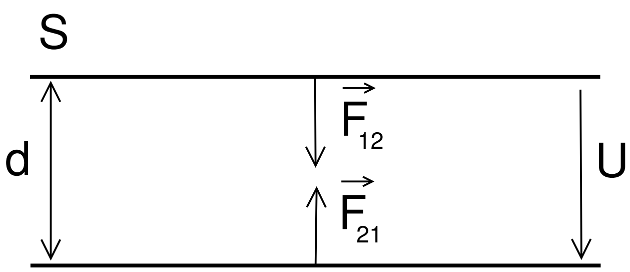


Řešení

$C_1 = 10^{-9}\,\text{F}$
$Q = 10^{-6}\,\text{C}$

$C = \frac{Q}{U}$
$U = \frac{Q}{C_1} = \frac{10^{-6}}{10^{-9}} = \underline{\underline{10^3\,\text{V}}}$
$C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{d}, C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{2d} = \frac{C_1}{2}$
$U_2 = \frac{Q}{C_2} = 2\frac{Q}{C_1} = \underline{\underline{2 \cdot 10^3\,\text{V}}}$
$W = E_2 - E_1, E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$
$W = \frac{1}{2}Q^2(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}) = \frac{1}{2}Q^2(\frac{2}{C_1} - \frac{1}{C_1}) = \frac{1}{2}Q^2\frac{1}{C_1}$
$W = \frac{1}{2}10^{-12}10^9 = \underline{\underline{5 \cdot 10^{-3}\,\text{J}}}$

Příklad 1.16 Desky kondenzátoru o ploše $20\,\text{cm}^2$ jsou ve vzdálenosti 1 mm. Mezi deskami kondenzátoru je napětí 400 V. Jak velká přitažlivá síla působí mezi deskami?



Řešení

$S = 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2 \qquad w = \frac{1}{2}ED = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 \frac{U^2}{d^2}$

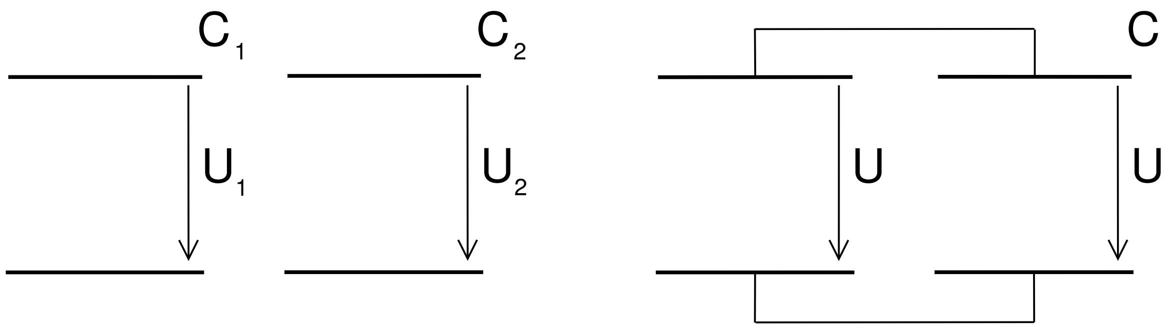
$d = 10^{-3}\,\mathrm{m} \qquad \mathrm{d}W = w\mathrm{d}V = wS\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\epsilon_0 \frac{U^2}{d^2} S\mathrm{d}x$

$U = 400\,\mathrm{V} \qquad F = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \frac{U^2}{d^2} S$

$F = \frac{1}{2} 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{16 \cdot 10^4}{10^{-6}} 2 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{1{,}42 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}}}$

Příklad 1.17 Kondenzátor o kapacitě $C_1 = 20\,\mu\mathrm{F}$ byl nabit na napětí 1 000 V a pak byl připojen paralelně k nenabitému kondenzátoru o kapacitě $C_2 = 5\,\mu\mathrm{F}$. Vypočtěte:

- celkový náboj na soustavě kondenzátorů,
- konečné napětí na každém kondenzátoru,
- úbytek energie po připojení nenabitého kondenzátoru.



Řešení

$C_1 = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{F} \qquad Q = C_1 U = 2 \cdot 10^{-5} 10^3 = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-2}\mathrm{C}}}$

$C_2 = 5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F} \qquad C = C_1 + C_2 = 2{,}5 \cdot 10^{-5} F$

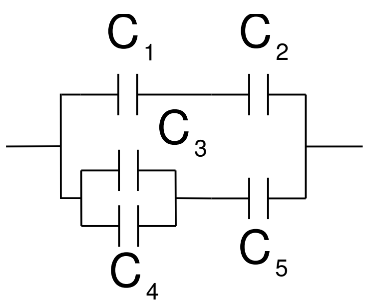
$U = 10^3\,\mathrm{V} \qquad U_1 = U_2 = \frac{Q}{C} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{2{,}5 \cdot 10^{-5}} = \underline{\underline{800\,\mathrm{V}}}$

$E = \frac{1}{2} C U_1^2 = \frac{1}{2} 2{,}5 \cdot 10^{-5} 6{,}4 \cdot 10^5 = 8\,\mathrm{J}$

$E_1 = \frac{1}{2} C_1 U^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^{-5} 10^6 = 10\,\mathrm{J}$

$\Delta E = E_1 - E_2 = 10 - 8 = \underline{\underline{2\,\mathrm{J}}}$

Příklad 1.18 Jak velká je výsledná kapacita soustavy kondenzátorů $C_1 = 1\,200\,\mathrm{pF}$, $C_2 = 600\,\mathrm{pF}$, $C_3 = 300\,\mathrm{pF}$, $C_4 = 200\,\mathrm{pF}$, $C_5 = 500\,\mathrm{pF}$ zapojených podle obrázku.



Řešení

$C_1 = 1{,}2 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{F} \qquad C' = C_3 + C_4 = 5 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{F}$

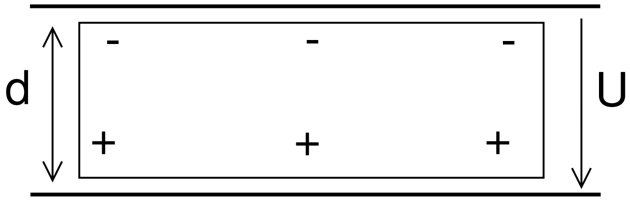
$C_2 = 6 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{F} \qquad C'' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1{,}2 \cdot 6 \cdot 10^{-19}}{1{,}2 \cdot 10^{-9} + 6 \cdot 10^{-10}} = 4 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{F}$

$C_3 = 3 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{F} \qquad C''' = \frac{C' C_5}{C' + C_5} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 10^{-20}}{(5+5)10^{-10}} = 2{,}5 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{F}$

$C_4 = 2 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{F} \qquad C = C'' + C''' = (4 + 2{,}5)10^{-10} = 6{,}5 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{F} = \underline{\underline{650\,\mathrm{pF}}}$

$C_5 = 5 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{F}$

Příklad 1.19 Vypočtěte hustotu polarizačních nábojů na povrchových rovinách slídové destičky ($\epsilon_r = 6$) o tloušťce 2 mm, která je izolátorem v rovinném kondenzátoru nabitém na napětí 400 V.



Řešení

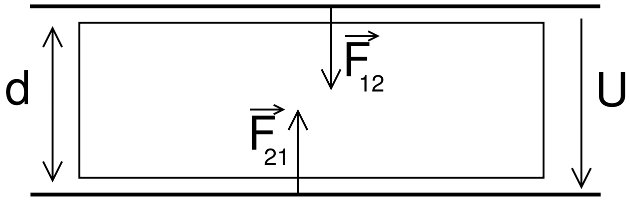
$U = 400\,\mathrm{V}$ $\quad E = \frac{U}{d} = \frac{400}{2\cdot 10^{-3}} = 2\cdot 10^5\,\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$

$d = 2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$ $\quad D = \epsilon_0 E + P,\, D = \epsilon_0\epsilon_r E$

$\epsilon_r = 6$ $\quad P = (\epsilon_r - 1)\epsilon_0 E = \sigma_p$

$$\sigma_p = 5\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12} 2\cdot 10^5 = \underline{\underline{8{,}85\cdot 10^{-6}\,\mathrm{C\cdot m^{-2}}}}$$

Příklad 1.20 Dvě rovnoběžné vodivé desky, každá o ploše $2\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^2$ jsou ponořeny do petroleje ($\epsilon_r = 2$) ve vzájemné vzdálenosti 4 mm. Určete sílu, kterou na sebe působí, je-li mezi nimi napětí $U = 200\,\mathrm{V}$.



Řešení

$U = 200\,\mathrm{V}$ $\quad E = \frac{U}{d} = \frac{2\cdot 10^2}{4\cdot 10^{-3}} = 5\cdot 10^4\,\mathrm{V\cdot m^{-1}}$

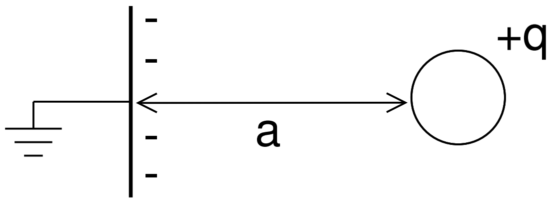
$S = 2\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^2$ $\quad w = \frac{1}{2}\epsilon E^2,\, \mathrm{d}V = S\mathrm{d}x,\, \mathrm{d}W = w\mathrm{d}V$

$d = 4\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$ $\quad F = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r\frac{U^2}{d^2}S$

$\epsilon_r = 2$ $\quad F = \frac{1}{2}8{,}85\cdot 10^{-12} 2\frac{4\cdot 10^4}{16\cdot 10^{-6}} 2\cdot 10^{-2} = \underline{\underline{4{,}42\cdot 10^{-4}\,\mathrm{N}}}$

Příklad 1.21 Bodový náboj q se nachází ve vzdálenosti a od nekonečné vodivé desky (uzemněné). Vypočtěte:

- plošnou hustotu náboje indukovaného na vodivé rovině,
- celkovou velikost indukovaného náboje na vodivé rovině,
- jakou práci vykonáme, vzdálíme-li náboj q do nekonečna.



Řešení

q $\quad E = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{qa}{\left(a^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

a $\quad \sigma = \epsilon_0 E = \underline{\underline{-\frac{1}{2\pi}\frac{qa}{\left(a^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}}}$

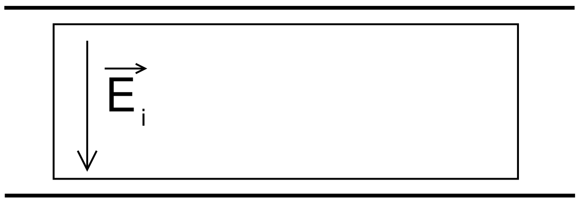
$$\mathrm{d}Q = \sigma\mathrm{d}S = -\frac{1}{2\pi}\frac{qa}{\left(a^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}} r\mathrm{d}r\mathrm{d}\alpha$$

$$Q = -\frac{1}{2\pi}qa\int_0^\infty \frac{r\mathrm{d}r}{\left(a^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\alpha = -qa\int_0^\infty\frac{r\mathrm{d}r}{\left(a^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -qa\int_h^\infty\frac{\mathrm{d}t}{t^2} = \underline{\underline{-q}}$$

$$W_p = \int_\infty^a \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{4h^2}\mathrm{d}h = \underline{\underline{-\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{4h}}}$$

Příklad 1.22 Dvě rovnoběžné desky jsou nabity náboji opačných znamének. Desky jsou odděleny dielektrikem o relativní permitivitě $\epsilon_r = 5$. Intenzita elektrického pole v dielektriku je $2{\cdot}10^5\,\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$. Vypočtěte:

- elektrickou indukci D v dielektriku,
- plošnou hustotu volného náboje na deskách,
- velikost vektoru polarizace P dielektrika,
- plošnou hustotu vázaného polarizačního náboje na povrchu dielektrika,
- složku intenzity elektrického pole E_0 od volného náboje,
- složku intenzity elektrického pole E_p od vázaného náboje.



Řešení

$E_i = 2 \cdot 10^5\,\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$

$\epsilon_r = 5$

$$D = \epsilon_0\epsilon_r E = 8{,}85 \cdot 10^{-12} 5 \cdot 2 \cdot 10^5 = \underline{\underline{8{,}85 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C \cdot m^2}}}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon_r}, \sigma = \epsilon_0\epsilon_r E = D = \underline{\underline{8{,}85 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C \cdot m^2}}}$$

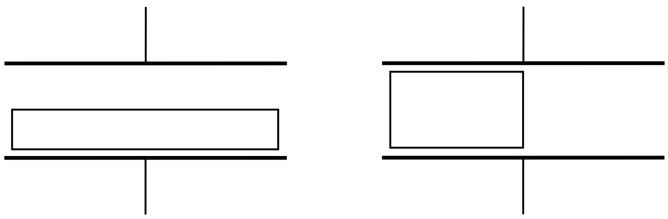
$$D = \epsilon_0 E + P, P = 8{,}85 \cdot 10^{-6} - 8{,}85 \cdot 10^{-12} 2 \cdot 10^5 = \underline{\underline{7{,}08 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C \cdot m^{-2}}}}$$

$$\sigma_p = P = \underline{\underline{7{,}08 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C \cdot m^{-2}}}}$$

$$E_0 = \epsilon_r E = 5 \cdot 2 \cdot 10^5 = \underline{\underline{10^6\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}}}$$

$$E_p = \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} = \frac{P}{\epsilon_0} = \frac{7{,}08 \cdot 10^{-6}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}} = \underline{\underline{8 \cdot 10^5\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}}}$$

Příklad 1.23 Rovinný deskový kondenzátor je zpola zaplněn dielektrikem o relativní permitivitě ϵ_r podle obrázku. Určete kapacity v obou případech, je-li kapacita nezaplněného kondenzátoru rovna C_0.



Řešení

C_0

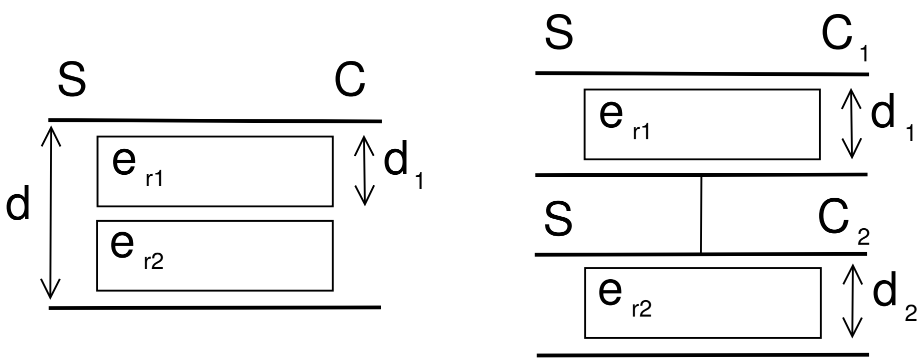
ϵ_r

$$C_0 = \frac{Q}{U_0} = \frac{Q}{E_0 d}$$

$$C_1 = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{E_0\frac{d}{2} + \frac{E_0}{\epsilon_r}\frac{d}{2}} = \frac{Q}{E_0 d}\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2\epsilon_r}} = \underline{\underline{C_0\frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1}}}$$

$$C_2 = \frac{C_0}{2} + \epsilon_r\frac{C_0}{2} = \underline{\underline{C_0\frac{1+\epsilon_r}{2}}}$$

Příklad 1.24 Mezera mezi deskami rovinného kondenzátoru má šířku d a je vyplněna dvěma dielektriky. První má šířku d_1 a relativní permitivitu ϵ_{r1}, druhé ϵ_{r2}. Plocha každé desky je S. Určete kapacitu kondenzátoru.

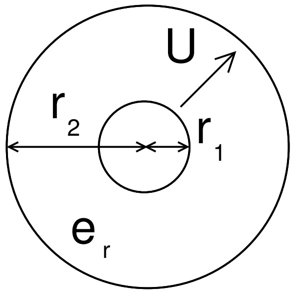


Řešení

S	$C_0 = \frac{Q}{U_0} = \frac{Q}{E_0 d}$
d, d_1	$U = E_1 d_1 + E_2(d-d_1) = \frac{E_0}{\epsilon_{r1}} d_1 + \frac{E_0}{\epsilon_{r2}}(d-d_1) = E_0\left(\frac{d_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{d-d_1}{\epsilon_{r2}}\right)$
$\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}$	$C = \frac{Q}{U} = \frac{Qd}{E_0 d}\frac{1}{\frac{d_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{1}{\epsilon_{r2}}(d-d_1)} = \underline{\underline{C_0 \frac{d\epsilon_{r1}\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}d_1 + \epsilon_{r2}(d-d_1)}}}$

Příklad 1.25 Válcový kondenzátor o poloměrech elektrod $r_1 = 1\,\mathrm{mm}$, $r_2 = 5\,\mathrm{mm}$ se vzduchovým dielektrikem je nabitý na napětí $U = 500\,\mathrm{V}$. Určete:

- náboj připadající na délkovou jednotku kondenzátoru,
- plošnou hustotu náboje na každém z válců,
- jaké budou tyto hodnoty, bude-li prostor mezi válci vyplněn dielektrikem o relativní permitivitě $\epsilon_r = 5$ a kondenzátor bude opět nabit na napětí $U = 500\,\mathrm{V}$.



Řešení

$U = 500\,\mathrm{V}$	$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$
$r_1 = 10^{-3}\,\mathrm{m}$	$Q_1 = C_1 U = \frac{2\pi 8{,}85\cdot 10^{-12}}{\ln 5} 5\cdot 10^2 = \underline{\underline{1{,}73\cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}}}$
$r_2 = 5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$	$S_1 = 2\pi r_1 l, S_2 = 2\pi r_2 l$
$l = 1\,\mathrm{m}$	$\sigma_1 = \frac{Q_1}{S_1} = \frac{1{,}73\cdot 10^{-8}}{6{,}28\cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{2{,}75\cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}\cdot\mathrm{m}^{-2}}}$
$\epsilon_{r1} = 1$	$\sigma_2 = \frac{Q_1}{S_2} = \frac{1{,}73\cdot 10^{-8}}{3{,}14\cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{5{,}5\cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}\cdot\mathrm{m}^{-2}}}$
$\epsilon_{r2} = 5$	$C_2 = \epsilon_{r2} C_1$
	$Q'_1 = C_2 U = \epsilon_r C_1 U = \epsilon_r Q_1 = \underline{\underline{5Q_1}}$
	$\sigma'_1 = \frac{Q'_1}{S_1} = \underline{\underline{5\sigma_1}}$
	$\sigma'_2 = \frac{q'_1}{S_2} = \underline{\underline{5\sigma_2}}$

1.2. Neřešené příklady

Coulombův zákon

Příklad 1.26 Dvě kuličky mají náboje $Q_1 = 2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}$, $Q_2 = -4\cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}$. Jak velkou silou se přitahují, jsou-li ve vakuu ve vzdálenosti 4cm od sebe?

Příklad 1.27 Jak velký je elektrický náboj na každé z kuliček, které se po dotyku odpuzují ve vakuu ze vzdálenosti $r = 6\,\mathrm{cm}$ silou $F = 0,1\,\mathrm{N}$?

Příklad 1.28 Jak velké náboje Q je třeba umístit na dvě stejné kuličky o hmotnostech $m = 10\,\mathrm{g}$, aby gravitační síly, kterými se kuličky navzájem přitahují, byly v kompenzovány elektrickými silami?

Příklad 1.29 Na dvou stejných kapkách vody je po jednom volném elektronu, přičemž síla elektrického odpuzování je stejná jako gravitační síla, kterou se přitahují. Jaké jsou poloměry kapek?

Příklad 1.30 Dvě malé kuličky, každá o hmotnosti $m = 3\cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg}$ jsou zavěšeny na vláknech délky $l = 20\,\mathrm{cm}$ ve společném bodě. Mají-li kuličky stejné souhlasné náboje, je jejich vzdálenost $r = 5\,\mathrm{cm}$. Určete náboj kuličky.

Příklad 1.31 Dvě malé vodivé kuličky jsou zavěšeny na dlouhých nevodivých nitích na jednom háčku. Kuličky jsou nabity stejnými náboji a jsou ve vzdálenosti $r = 5\,\mathrm{cm}$ od sebe. Co se stane, když jedna z kuliček ztratí náboj?

Příklad 1.32 Dvě kuličky zanedbatelného průřezu jsou od sebe vzdáleny 1 m. Jedna z nich je nabita nábojem $1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{C}$, druhá nábojem $-3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{C}$. Určete:

- jak velkou silou se budou kuličky přitahovat,
- jak velkou silou na sebe budou kuličky působit, jestliže se před umístěním do předepsané vzdálenosti dotkly.

Příklad 1.33 Ve vrcholech čtverce o straně a jsou stejné náboje e. Jaký náboj Q opačného znaménka musíme umístit doprostřed čtverce, aby síly působící na každý náboj byly rovny nule? Je tato rovnováha stabilní?

Příklad 1.34 V jistém dielektriku působí na sebe dva bodové náboje Q_1 a Q_2 vzdálené od sebe r vzájemnou silou stejně velkou, jako na sebe působí ve vzduchu, změníme-li jejich vzdálenost o Δr. Určete relativní permitivitu dielektrika, znáte-li relativní permitivitu vzduchu.

Příklad 1.35 Dvě stejně velké kuličky s náboji Q_1, Q_2, zavěšené na společném závěsu, se přitahují ve vzájemné vzdálenosti r_1 silou F_1. Dotknou-li se, budou se odpuzovat ve vzdálenosti r_2 silou F_2. Vypočítejte velikost nábojů kuliček.

Příklad 1.36 Na tenkých dlouhých nevodivých vláknech jsou na témže závěsu zavěšeny dvě stejné kuličky, nabité stejnými elektrickými náboji. Vzdálenost středů kuliček je r. Jedné kuličce odejmeme náboj. Jaká bude potom vzdálenost mezi kuličkami?

Příklad 1.37 Dvě stejně velké kovové kuličky jsou elektricky nabité náboji $Q_1 = 20 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$ a $Q_2 = -16 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$. Jaký bude elektrický náboj na kuličkách po jejich dotyku a jaká síla bude mezi nimi působit, bude-li jejich vzdálenost po dotyku 6 cm?

Příklad 1.38 Dva stejně velké bodové náboje ve vakuu ve vzdálenosti $0,2\,\mathrm{cm}$ působí na sebe určitou silou F_0. Do jaké vzdálenosti by bylo potřeba umístit tyto náboje v oleji o relativní permitivitě $\epsilon_r = 5$, aby na sebe působily stejnou silou?

Příklad 1.39 Tři kuličky nabité stejným nábojem Q jsou ve vakuu rozmístěny ve vrcholech pravoúhlého trojúhelníku s přeponou AC. Vzdálenost kuliček A a B je $a = \frac{2}{\sqrt{3}}\,\mathrm{cm}$ a kuliček B a C $b = 1\,\mathrm{cm}$. Víte-li, že kulička C působí na kuličku B silou $F_{CB} = 4 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N}$, vypočítejte:

- náboj Q na kuličce,
- velikost síly F_{AB}, kterou působí kulička A na B
- výslednou sílu F_{B} působící na kuličku B

Příklad 1.40 Dva stejné bodové náboje $2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$ působí na sebe ve vzduchu silou 4 N. Ponoříme-li je do oleje, síla působící mezi nimi bude 1 N. Jaká je vzdálenost nábojů a jaká je relativní permitivita oleje?

Příklad 1.41 Dvě uhlíkové kuličky o hmotnosti $m = 1\,\mathrm{g}$ jsou nabity záporným nábojem Q a jsou pověšeny v jednom bodě na nitích délky $l = 0,1\,\mathrm{m}$. Silové působení má za následek, že nitě budou svírat úhel $\alpha = 60°$. Určete

- jakou elektrickou silou působí na sebe kuličky,
- jaký náboj je na kuličkách,
- jakou gravitační silou působí na sebe kuličky.

Příklad 1.42 Ve vrcholech A, B, C rovnostranného trojúhelníka se stranou a jsou umístěny stejné náboje $Q = 1{,}73 \cdot 10^{-8}$ C. Jaký náboj Q' je třeba umístit do středu trojúhelníka, aby výsledná síla působící na náboje ve vrcholech trojúhelníka byla nulová?

Příklad 1.43 Jak velké náboje Q je třeba dát na dvě stejné kuličky o hmotnosti $m = 10$ g, aby elektrostatické síly, kterými budou navzájem na sebe působit, kompenzovaly gravitační síly, kterými na sebe kuličky působí.

Příklad 1.44 V jaké vzdálenosti se ve vakuu přitahují dva bodové náboje $Q_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ C a $Q_2 = -5 \cdot 10^{-4}$ C silou 10 N?

Příklad 1.45 Dvě stejně velké kuličky jsou nabité náboji $Q_1 = 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ C a $Q_2 = -5{,}4 \cdot 10^{-6}$ C. Určete:

- jakou silou se přitahují ze vzdálenosti 6 cm,
- jakou silou se budou odpuzovat po vzájemném dotyku ve vzdálenosti 8 cm.

Intenzita elektrostatického pole

Příklad 1.46 Určete velikost intenzity elektrického pole v bodě, který leží uprostřed mezi dvěma náboji $Q_1 = 5 \cdot 10^{-5}$ C, $Q_2 = 7 \cdot 10^{-5}$ C, které jsou od sebe vzdáleny $d = 0{,}2$ m.

Příklad 1.47 Ve dvou vrcholech rovnostranného trojúhelníka o straně $r = 0,5$m jsou umístěny náboje $Q_1 = 25 \cdot 10^{-9}$ C a $Q_2 = -25 \cdot 10^{-9}$ C. Určete velikost intenzity elektrostatického pole ve třetím vrcholu.

Příklad 1.48 Určete elektrickou intenzitu pole v bodě, který je ve vzdálenosti $r_1 = 0{,}4$ m od náboje $Q_1 = -4 \cdot 10^{-7}$ C a $r_2 = 0{,}3$ m od náboje $Q_2 = 5 \cdot 10^{-7}$ C, je-li vzájemná vzdálenost nábojů $r = 0{,}5$ m.

Příklad 1.49 Dva bodové opačné náboje $2 \cdot 10^{-7}$C jsou od sebe vzdáleny $r = 0{,}1$ m. Jaká je intenzita elektrického pole v bodě, který je ve vzdálenosti $r_1 = 0{,}2$ m od prvního náboje a $r_2 = 0{,}15$ m od druhého náboje?

Příklad 1.50 Vypočtěte intenzitu elektrického pole v bodě na ose elektrického dipólu.

Příklad 1.51 Vypočtěte intenzitu elektrostatického pole v bodě na přímce kolmé k ose dipólu.

Příklad 1.52 Elektron vlétne počáteční rychlostí $v_0 = 10^7\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ do homogenního pole mezi dvěma rovnoběžnými deskami. Elektron vstupuje do pole uprostřed mezi deskami. Určete elektrickou intenzitu mezi deskami za předpokladu, že elektron vystupuje z pole na okraji spodní desky. Délka desek je $l = 2$ cm, vzdálenost desek je $d = 1$ cm.

Příklad 1.53 Vypočtěte intenzitu elektrického pole vybuzeného nábojem rozděleným rovnoměrně na nekonečně dlouhém přímém vodiči. Lineární hustota náboje je τ.

Příklad 1.54 Vypočtěte intenzitu elektrického pole v bodě na ose kruhového prstence nabitého rovnoměrně s lineární hustotou náboje τ.

Příklad 1.55 Prstenec o poloměru 5 cm je rovnoměrně nabit nábojem $Q = 5 \cdot 10^{-8}$ C. Vypočtěte:

- elektrickou intenzitu E v bodě na ose prstence ve vzdálenosti 10 cm od středu,
- ve kterém bodě je E maximální a jakou má hodnotu.

Příklad 1.56 Vypočtěte intenzitu elektrického pole v okolí nekonečné roviny nabité s plošnou hustotou σ.

Příklad 1.57 Kulička o hmotnosti $m = 0{,}1\,\mathrm{g}$ má náboj $Q = 6 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}$ a je zavěšena na vláknu, jehož druhý konec je připevněn k velké svislé desce nabité s hustotou náboje $\sigma = 25 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C \cdot m^{-2}}$. Jaký úhel svírá vlákno se svislým směrem?

Příklad 1.58 Kruhová destička o poloměru $a = 8 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$ je rovnoměrně nabitá s plošnou hustotou $\sigma = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C \cdot m^{-2}}$. Určete:

- elektrickou intenzitu v bodě na ose ve vzdálenosti $b = 6 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$ od středu desky,
- dokažte, že odvozený vztah přejde ve vzorec pro intenzitu elektrického pole nekonečné roviny pro $b \to 0$ a ve vzorec pro intenzitu bodového náboje pro $b \to \infty$, $b \ll a$.

Příklad 1.59 Dva bodové náboje Q a $-Q$ jsou umístěné ve vzájemné vzdálenosti $2a$. Vypočtěte tok intenzity elektrického pole kruhovou plochou o poloměru R, jejíž střed leží na poloviční vzdálenosti nábojů a plocha je kolmá na spojnici nábojů.

Příklad 1.60 Pomocí Gaussovy věty elektrostatiky odvoďte:

- elektrickou intenzitu v okolí nekonečně dlouhého nabitého vodiče,
- elektrickou intenzitu v okolí nekonečné nabité roviny.

Příklad 1.61 V bodech A, B jsou po řadě umístěny 2 bodové náboje $-Q_1$, Q_2 vzdáleny od sebe o délku r. V bodě C, vzdáleném od A o délku r_1 a od bodu B o délku r_2, zkoumáme intenzitu elektrického pole v případě, že:

- body A, B, C tvoří pravoúhlý trojúhelník s přeponou AB,
- body A, B, C tvoří kosoúhlý trojúhelník,
- výslednou práci, kterou je nutno vykonat k přenesení kladného bodového náboje Q_3 ze středu strany AB do bodu C.

Příklad 1.62 Vypočtěte intenzitu elektrického pole v okolí kovové kulové plochy nabité rovnoměrně rozděleným nábojem.

Příklad 1.63 Určete intenzitu elektrického pole a velikost náboje Q_1, který ve vakuu elektrické pole vytvořil, víte-li, že ve vzdálenosti 10 cm od náboje Q_1 působí síla $10^{-2}\,\mathrm{N}$ na náboj velikosti $10^{-8}\,\mathrm{C}$.

Příklad 1.64 Dva bodové náboje $2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}$ a $8 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}$ jsou ve vakuu uloženy ve vzdálenosti 21 cm. Vypočtete, ve kterém místě na jejich spojnici bude intenzita elektrického pole nulová?

Příklad 1.65 V homogenním elektrickém poli $E = 11{,}4\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$ se nachází elektron. Vypočítejte:

- zrychlení elektronu, je-li jeho počáteční rychlost nulová,
- jeho kinetickou energii v čase $t = 10^{-5}\,\mathrm{s}$,
- napětí v místech, kterými projde za $t = 10^{-5}\,\mathrm{s}$.

Příklad 1.66 Mezi dvěma svislými rovinnými vodivými deskami, jejichž vzdálenost je 8 mm padá rovnoměrně kapka o hmotnosti $m = 9 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{kg}$, nabitá elektrickým nábojem $1,6 \cdot 10^{-17}\,\mathrm{C}$. Pokud není na deskách U, padá kapka svisle dolů. Po připojení $U = 450\,\mathrm{V}$ padá pod úhlem α od svislého směru. Určete velikost úhlu za předpokladu, že rychlost kapky je úměrná působící síle.

Příklad 1.67 Jak velké zrychlení získá proton, jestliže se pohybuje v homogenním elektrickém poli s intenzitou $E = 36\,400\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$ a jakou dráhu urazí za čas $t = 10^{-8}\,\mathrm{s}$, byla-li jeho počáteční rychlost nulová?

Příklad 1.68 Jak velkou práci je třeba vykonat, aby se v homogenním elektrickém poli intenzity $E = 5 \cdot 10^5\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$ posunul náboj $Q = 1\,\mathrm{C}$ o vzdálenost $l = 0{,}1\,\mathrm{m}$ je směru odchýleném o úhel $\alpha = 60°$ od směru E?

Příklad 1.69 Tenký kovový kroužek o poloměru R byl ve vakuu nabit kladným, rovnoměrně rozloženým nábojem Q. Rotační osa kroužku nechť je osou x vztažné soustavy s počátkem umístěným ve středu kroužku. Vypočítejte:

- elektrickou intenzitu v libovolném bodě osy x,
- ve kterých bodech osy x bude E největší a určete její velikost,
- jak velkou počáteční rychlost v_0 musíme udělit kladně nabité částici o náboji q, hmotnosti m, která se nachází na ose x ve značné vzdálenosti od středu kroužku, aby dosáhla středu kroužku; co nastane, bude-li počáteční rychlost nepatrně větší nebo menší než vypočtená hodnota.

Potenciál elektrostatického pole

Příklad 1.70 Dva náboje $Q_1 = 8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$ a $Q_2 = 4 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$ jsou ve vzájemné vzdálenosti $d = 24\,\mathrm{cm}$ od sebe. Ve kterém bodě na jejich spojnici jsou potenciály buzené oběma náboji stejné?

Příklad 1.71 Každá ze dvou vodivých koulí o poloměru $r_1 = 1\,\mathrm{cm}$ a $r_2 = 2\,\mathrm{cm}$ má náboj $Q = 1{,}5 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}$. Jaký je výsledný náboj a potenciál na každé z koulí, spojíme-li je vodivým drátem?

Příklad 1.72 Koule o poloměru $r_1 = 1\,\mathrm{cm}$ má náboj $Q = 10^{-8}\,\mathrm{C}$ a je připojena vodivým drátem ke kouli o poloměru $r_2 = 9\,\mathrm{cm}$, která byla původně bez náboje. Vypočtěte náboj obou koulí po vyrovnání potenciálů a potenciál.

Příklad 1.73 Jakou kapacitu má těleso, které se nábojem $Q = 6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{C}$ nabije na potenciál $\varphi = 3\,\mathrm{kV}$? Jaký by musel být poloměr koule, aby měla stejnou kapacitu?

Příklad 1.74 Desky kondenzátoru mají plošný obsah $2\,\mathrm{m^2}$ a jsou od sebe vzdáleny $5\,\mathrm{mm}$. Desky jsou ve vakuu. Na kondenzátoru je napětí $10^4\,\mathrm{V}$. Vypočtěte kapacitu kondenzátoru, náboj každé desky, plošnou hustotu náboje a intenzitu mezi deskami.

Příklad 1.75 Kondenzátor o kapacitě $C = 1\,\mathrm{\mu F}$ je nabit na napětí $U = 200\,\mathrm{V}$. Vypočtěte energii elektrického pole kondenzátoru.

Příklad 1.76 Kondenzátor se skládá ze dvou rovnoběžných desek a má kapacitu $C_1 = 1\,000\,\mathrm{pF}$. Náboj každé desky je $1\,\mathrm{\mu C}$. Určete:

- napětí mezi deskami,
- napětí, jestliže při stálém náboji vzdálenost desek zdvojnásobíme,
- práci, která je zapotřebí ke zdvojnásobení vzdálenosti desek.

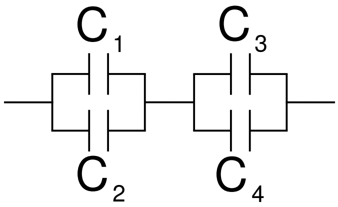
Příklad 1.77 Desky rovinného kondenzátoru s plochou $S = 500\,\mathrm{cm^2}$ vzdálené od sebe $d_1 = 1\,\mathrm{cm}$ jsou nabité na potenciálový rozdíl $U_1 = 5\,000\,\mathrm{V}$. Jakou práci musíme vykonat, chceme-li desky oddálit na vzdálenost $d_2 = 4\,\mathrm{cm}$?

Příklad 1.78 Tři kondenzátory mají kapacity $C_1 = 2\,\mathrm{\mu F}$, $C_2 = 4\,\mathrm{\mu F}$, $C_3 = 4\,\mathrm{\mu F}$. Jaká je výsledná kapacita, spojíme-li je:

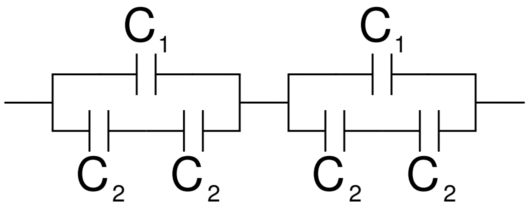
- vedle sebe,
- za sebou.

Příklad 1.79 Tři kondenzátory o kapacitách $C_1 = 2\,\mathrm{\mu F}$, $C_2 = 4\mathrm{\mu F}$, $C_3 = 6\,\mathrm{\mu F}$ jsou zapojeny do série a připojeny na baterii o napětí $220\,\mathrm{V}$. Vypočtěte náboj a napětí na každém kondenzátoru.

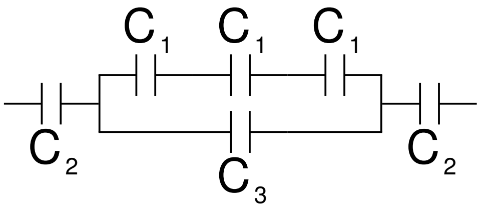
Příklad 1.80 Kondenzátory o kapacitách $C_1 = 2\,\mu F$, $C_2 = 3\,\mu F$, $C_3 = 5\,\mu F$, $C_4 = 10\,\mu F$ jsou zapojeny podle obrázku. Určete výslednou kapacitu soustavy.



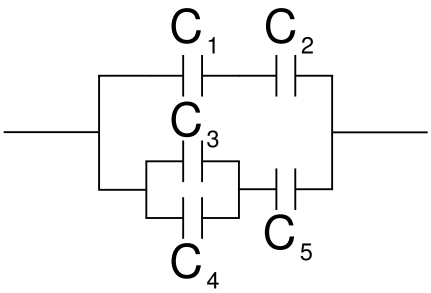
Příklad 1.81 Tři kondenzátory o kapacitách $C_1 = 2\,\mu F$, $C_2 = 4\,\mu F$ jsou zapojeny podle obrázku. Určete výslednou kapacitu soustavy.



Příklad 1.82 Kondenzátory o kapacitách $C_1 = 6\,\mu F$, $C_2 = 3\,\mu F$, $C_3 = 2\,\mu F$ jsou zapojeny podle obrázku. Určete kapacitu soustavy.



Příklad 1.83 Kondenzátory o kapacitách $C_1 = 12\,\mu F$, $C_2 = 6\,\mu F$, $C_3 = 3\,\mu F$, $C_4 = 2\,\mu F$, $C_5 = 5\mu F$ jsou zapojeny podle obrázku. Určete kapacitu soustavy.



Příklad 1.84 Elektron se pohyboval v elektrickém poli elektronky tak, že v určitém bodě P_1, ve kterém měl elektrický potenciál hodnotu 5 V měla jeho rychlost velikost $4 \cdot 10^5\,m \cdot s^{-1}$. V bodě P_2 své dráhy měl elektron rychlost $9 \cdot 10^5\,m \cdot s^{-1}$. Určete:

- přírůstek kinetické energie na úseku dráhy P_1P_2,
- práci elektrické síly působící na elektron v tomto úseku,
- elektrické napětí mezi body P_1 a P_2,
- potenciál φ_2 v bodě P_2.

Příklad 1.85 Jak velký náboj jsme přenesli z jednoho izolovaného vodiče na druhý, je-li při přenesení vykonaná práce $8 \cdot 10^{-5}$ J? Potenciály obou vodičů vzhledem k zemi jsou -18 V a 62 V.

Příklad 1.86 Dva bodové náboje Q_1, Q_2 opačné polarity jsou umístěny ve vakuu ve vzájemné vzdálenosti d. Pro jejich velikost platí $|Q_1| = k|Q_2|$, $k > 1$. Zjistěte, jakou křivku tvoří body nulového potenciálu elektrického pole, tvořeného náboji v libovolné rovině obsahující uvedené náboje.

Příklad 1.87 Vypočtěte potenciál, na který lze nabít vodivou kulovou plochu o poloměru $r = 0{,}1\,\mathrm{m}$, aby nebyla překročena dielektrická pevnost vzduchu $3 \cdot 10^6\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$.

Příklad 1.88 Vypočtete, jak velký náboj je dodán kouli Van de Graaffova generátoru. Při každém výboji je napětí mezi koulemi U, jejich vzdálenost l a poloměr r. Jaký náboj je kouli dodáván za sekundu, je-li frekvence výbojů $0{,}1\,\mathrm{s^{-1}}$?

Příklad 1.89 Vypočtete potenciál elektrického pole dipólu o délce l v bodě $\mathrm{P}(x, y)$ v rovině xy.

Příklad 1.90 Vypočtěte potenciál elektrického pole v okolí velmi dlouhého tenkého drátu, nabitého rovnoměrně rozděleným nábojem o délkové hustotě τ.

Příklad 1.91 Vypočtěte potenciál elektrického pole na ose kovového prstence s rovnoměrně rozděleným nábojem.

Příklad 1.92 Vypočtěte potenciál elektrického pole v okolí rozlehlé kovové roviny nabité rovnoměrně rozděleným nábojem.

Příklad 1.93 Vypočtěte potenciál elektrického pole v okolí kovové vodivé kulové plochy nabité rovnoměrně rozděleným nábojem.

Příklad 1.94 Vypočtěte potenciál v mezeře mezi dvěma rovnoosými dutými válci o poloměrech R_1, R_2 a potenciálech φ_1, φ_2.

Příklad 1.95 Elektrický dipól je umístěn v homogenním elektrickém poli intenzity E tak, že osa dipólu je kolmá ke směru elektrických siločár. Vypočtěte velikost otáčivého momentu M, kterým působí pole na dipól, a práci, kterou vykoná pole při natočení dipólu do směru čar pole. ($p = 1{,}8 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{C \cdot m}$, $E = 5 \cdot 10^4\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$)

Příklad 1.96 Mezi dvěma bodovými náboji Q_1, Q_2 je vzdálenost d. Najděte ekvipotenciální hladinu nulového potenciálu elektrického pole těchto nábojů ve vakuu. ($Q_1 = -3 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$, $Q_2 = 2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$, $d = 5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$)

Příklad 1.97 Dvě rovnoběžné kolmé desky vzdálené od sebe d tvoří homogenní elektrické pole, v němž se pohybuje nabitá kapka vody o hmotnosti m. Určete náboj kapky, jestliže při potencionálním rozdílu U padá kapka pod úhlem α k vertikálnímu směru. ($m = 2 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{kg}$, $U = 800\,\mathrm{V}$, $\alpha = 7°15'$, $d = 6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$)

Příklad 1.98 Dva bodové náboje Q a $-Q$ jsou umístěné ve vzájemné vzdálenosti $2d$. Vypočtěte tok intenzity elektrického pole procházející kruhovou plochou o poloměru R kolmou na spojnici nábojů a procházející středem této spojnice.

Příklad 1.99 V rovině xy jsou lokalizovány kladné náboje Q v bodě $\mathrm{A}(0,d)$, $\mathrm{B}(0,-d)$ a záporný náboj $-2Q$ v počátku souřadné soustavy. Vypočtěte potenciál v bodě $\mathrm{P}(x, y, z)$.

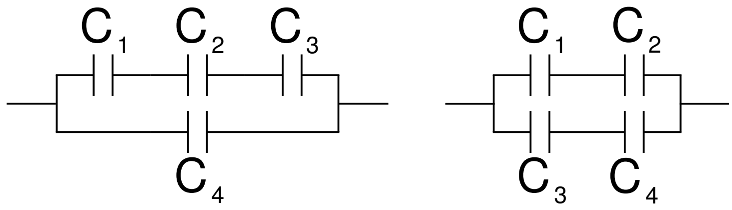
Příklad 1.100 Jakou práci je třeba vykonat při přenesení kladného náboje $Q = 3 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}$ z bodu A, v němž je potenciál elektrického pole $\varphi_A = 300\,\mathrm{V}$ do bodu B $\varphi_B = 1\,200\,\mathrm{V}$.

Příklad 1.101 Jak velký poloměr musí mít koule, která by se nábojem $Q = 5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$ nabila na potenciál $\varphi = 10^5\,\mathrm{V}$?

Příklad 1.102 Jak velký je potenciál ve vzdálenosti 10 cm od povrchu koule o poloměru 5 cm, je-li koule nabita nábojem $2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}$?

Kapacita, spojování kondenzátorů

Příklad 1.103 Čtyři stejné kondenzátory tvoří soustavu podle obrázku. Vypočtěte výslednou kapacitu v obou případech a podmínku, za níž lze dosáhnout při nezměněném zapojení rovnosti kapacit soustav, užijeme-li 4 různé kondenzátory.



Příklad 1.104 Z kulové povrchové vrstvičky Země o objemu 1 cm^3 odebereme všechny elektrony. Určete změnu elektrického potenciálu Země a sílu, která by pak působila na jednotkový náboj blízko povrchu Země. Předpokládejte, že povrch Země je zcela tvořen vodou.

Příklad 1.105 Na jaký potenciál by se nabila Země nábojem 1 C, jestliže ji pokládáme za kouli o poloměru 6 378 km?

Příklad 1.106 Mezi deskami rovinného kondenzátoru je homogenní elektrické pole intenzity $E = 2 \times 10^6\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$. Plošný obsah desky kondenzátoru je 7,2 dm^2 a tloušťka dielektrika je 2 mm. Dielektrikum má $\epsilon_r = 2$. Určete:

- kapacitu deskového kondenzátoru,
- plošnou hustotu náboje na deskách,
- velikost náboje na každé z desek,
- napětí mezi deskami kondenzátoru.

Příklad 1.107 Jaká musí být plocha polepů rovinného kondenzátoru s izolační skleněnou vrstvou tloušťky 1 mm, aby kapacita kondenzátoru byla 150 pF? ($\epsilon_r = 7$)

Příklad 1.108 Dvě rovnoběžné desky o ploše 1 m^2 mají stejné náboje 30 μF opačného znaménka. Prostor mezi nimi je vyplněn dielektrikem o $\epsilon_r = 1{,}7$. Vypočtěte:

- intenzitu elektrického pole v dielektriku,
- plošnou hustotu polarizačního náboje v dielektriku,
- složku intenzity buzenou volným nábojem,
- složku intenzity buzenou polarizačním nábojem.

Příklad 1.109 Kondenzátor, jehož dielektrikum má relativní permitivitu $\epsilon_r = 5$, má kapacitu $C_1 = 500\,\mathrm{pF}$ a je nabitý na napětí $U_1 = 5\,000\,\mathrm{V}$. Jak se změní napětí na kondenzátoru, odstraníme-li dielektrikum? Jaká práce je třeba k odstranění dielektrika?

Příklad 1.110 Dielektrikum v deskovém kondenzátoru má $\epsilon_r = 3$. Intenzita elektrického pole v dielektriku $E = 10^6\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$. Vypočtěte:

- elektrickou indukci D,
- plošnou hustotu volného náboje σ_0,
- velikost vektoru polarizace P,
- plošnou hustotu vázaného náboje σ_i,
- složku intenzity volného náboje E_0,
- složku vázaného náboje E_i.

Příklad 1.111 Vypočtěte kapacitu deskového kondenzátoru s plochou desek $S = 200\,\text{cm}^2$, je-li mezi deskami sklo o tloušťce $d_1 = 1\,\text{mm}$ z obou stran pokryté vrstvou parafinu o tloušťce $d_2 = 0{,}2\,\text{mm}$. Pro sklo $\epsilon_\text{r} = 7$, parafín $\epsilon_\text{r} = 2$.

Příklad 1.112 Rovinný deskový kondenzátor o ploše desek S a jejich vzdálenosti d je připojen na napětí U. Do kondenzátoru vložíme dvě desky z dielektrik ϵ_{r1}, ϵ_{r2} tloušťky d_1, d_2 a plochy S. Vypočtěte:

- intenzitu elektrických polí a napětí v obou dielektrikách,
- kapacitu a hustotu náboje na deskách.

Příklad 1.113 Dielektrikum mezi deskami kondenzátoru se skládá ze dvou vrstev. První vrstvu tvoří vzduch tloušťky 0,4 mm, druhou plexisklo o tloušťce 2 mm, jehož $\epsilon_\text{r} = 3{,}4$. Určete kapacitu kondenzátoru, je-li plošný obsah jedné desky $2\,\text{dm}^2$.

Příklad 1.114 Dva kondenzátory s kapacitami 1 µF a 10 µF jsou zapojeny do série. Na svorky kondenzátorové baterie přiložíme napětí 200 V. Určete:

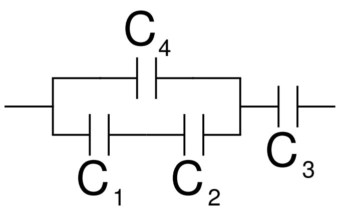
- výslednou kapacitu,
- napětí U_1, U_2 na kondenzátorech C_1, C_2,
- energii E_e každého z kondenzátorů.

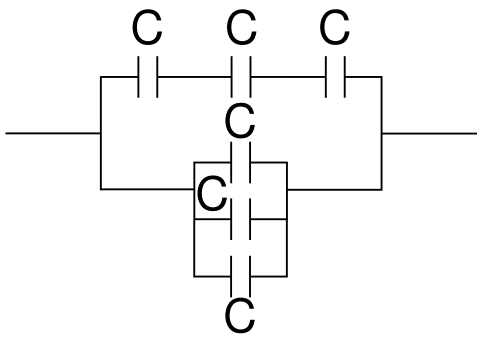
Příklad 1.115 Vzduchový kondenzátor s rovinnými deskami má kapacitu 10 pF a vzdálenost desek 1 cm. Do středu mezi desky vložíme plech tloušťky 1 mm. Jaká bude nová kapacita kondenzátoru?

Příklad 1.116 Dva kondenzátory o stejné kapacitě zapojíme jednou do série, podruhé paralelně. Rozdíl v kapacitách obou kombinací je 3 µF. Určete kapacitu těchto kondenzátorů.

Příklad 1.117 Jaké napětí musí být připojené na kondenzátor s kapacitou 0,2 µF, aby jeho elektrické pole mělo energii 2 J? Jaký bude náboj na deskách kondenzátoru?

Příklad 1.118 Určete výslednou kapacitu zapojení podle obrázku. ($C = 10\,\mu\text{F}$, $C_1 = 6\,\mu\text{F}$, $C_2 = 2\,\mu\text{F}$, $C_3 = 1\,\mu\text{F}$, $C_4 = 3\,\mu\text{F}$)





Příklad 1.119 Kondenzátorová baterie má dvě paralelní větve. V každé je jeden kondenzátor s kapacitou 20 pF a jeden kondenzátor s proměnnou kapacitou od 20 pF do 500 pF. V jakém rozsahu lze měnit kapacitu baterie?

Příklad 1.120 Záporně nabitá kapka oleje hustoty $\rho = 0{,}955 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a poloměru $r = 10^{-3}\,\text{mm}$ se vznáší v homogenním elektrickém poli deskového kondenzátoru, mezi jehož vodorovnými deskami vzdálenými od sebe $d = 4{,}1 \cdot 10^{-2}\,\text{m}$ je napětí $U = 10^3\,\text{V}$. Určete:

- jaký je celkový počet volných elektronů na kapce a která z desek má záporný náboj,
- jak je třeba změnit napětí na kondenzátoru, aby se kapka po ztrátě 1 elektronu opět nehybně vznášela.

Příklad 1.121 Na jaký potenciál se nabije kulový vodič, který má kapacitu $C = 2\,\mu\mathrm{F}$, nábojem $Q = 100\,\mu\mathrm{C}$ a jaký je jeho poloměr?

Příklad 1.122 Kondenzátor s kapacitou $C = 5\mu\mathrm{F}$ je připojen ke zdroji napětí $U = 220\,\mathrm{V}$. Jak velký je náboj nabitého kondenzátoru a jakou má energii?

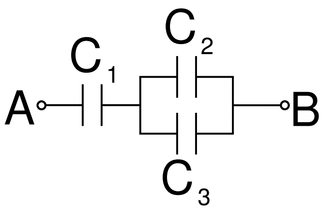
Příklad 1.123 Vypočtěte kapacitu 3 paralelně zapojených Leydenských lahví (válcových kondenzátorů) o vnějších poloměru b, vnitřním poloměru a a výšce polepů l. Odvoďte vztah pro kapacitu válcového kondenzátoru a pak numericky pro $b = 0{,}08\,\mathrm{m}$, $a = 0{,}075\,\mathrm{m}$, $l = 0{,}2\,\mathrm{m}$, $\epsilon_\mathrm{r} = 6$.

Příklad 1.124 Vypočtěte kapacitu dvou rovnoběžných válcových vodičů, vzájemně izolovaných, o délce l, je-li jejich poloměr r a vzájemná vzdálenost a.

Příklad 1.125 Mějme k dispozici dvě rovnoběžné, opačně nabité desky o ploše S, vzdálené r, nesoucí náboj Q. Vypočítejte:

- sílu, kterou se desky přitahují,
- jaké napětí musíme přiložit k deskám, aby se vzdálenost desek neměnila.

Příklad 1.126 Určete náboje Q_1, Q_2, Q_3 na kondenzátorech zapojených podle obrázku, známe-li napětí U_AB.



Příklad 1.127 Rovinný deskový kondenzátor o ploše desek S a jejich vzdálenosti d, je připojen na napětí U. Do kondenzátoru vložíme dvě desky z dielektrik o relativních permitivitách ϵ_{r1}, ϵ_{r2} a tloušťkách d_1, d_2 a ploše S. Vypočítejte:

- intenzitu elektrických polí a napětí v obou dielektrikách,
- kapacitu a hustotu náboje na deskách kondenzátoru.

Příklad 1.128 Deskový kondenzátor o kapacitě C s dielektrikem o ϵ_r je nabitý na napětí U. Jakou práci musíme vykonat k odstranění dielektrika z kondenzátoru?

Příklad 1.129 Vypočtěte kapacitu deskového kondenzátoru o ploše S, je-li jeho dielektrikum složené ze 3 vrstev?

Příklad 1.130 Vnitřní koule o poloměru R_1 kulového kondenzátoru je polepena vrstvou dielektrika o tloušťce d a relativní permitivitě ϵ_r. Zbylý prostor mezi tímto dielektrikem a vnější koulí poloměru R_2 je vyplněn vzduchem ϵ_{r0}. Vypočtěte kapacitu kulového kondenzátoru.

Příklad 1.131 Deskový kondenzátor o kapacitě C_0 a ploše desek S byl připojen ke zdroji napětí U_0. Po nabití nábojem Q byl kondenzátor odpojen od zdroje a byl zcela vyplněn dielektrikem, čímž jeho kapacita vzrostla na hodnotu C. Vypočítejte intenzitu pole v dielektriku a napětí mezi elektrodami kondenzátoru, pokud:

- kondenzátor není připojen ke zdroji napětí,
- kondenzátor je připojen ke zdroji napětí, stanovte hustotu volného náboje na elektrodách.

Příklad 1.132 Rovnoběžné vodivé roviny A, B, C tvoří deskový kondenzátor. Na rovině B je hustota náboje σ. Roviny A a C jsou vodivě spojeny a nenabity. Určete plošné náboje na vnitřních plochách rovin A a C.

2. Stacionární elektrický proud

2.1. Řešené příklady

Příklad 2.1 Měděným vodičem o průřezu $S = 1\,\mathrm{mm}^2$ prochází proud $I = 5\,\mathrm{A}$. Vypočítejte průměrnou rychlost v_p pohybu elektronů ve vodiči za předpokladu, že počet volných elektronů v $1\,\mathrm{m}^3$ je $n_0 = 8{,}5 \cdot 10^{28}$.

Řešení

$I = 5\,\mathrm{A}$ $\qquad I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}, \mathrm{d}Q = n_0 e \mathrm{d}V, \mathrm{d}V = S\mathrm{d}x$

$S = 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$ $\qquad I = n_0 e S \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = n_0 e S v_\mathrm{p}$

$n_0 = 8,5 \cdot 10^{28}$ $\qquad v_p = \frac{I}{n_0 e S} = \frac{5}{8{,}5 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}} \doteq \underline{\underline{3{,}672 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}}}$

Příklad 2.2 Uhlíková tyč o průřezu $S = 10\,\mathrm{mm}^2$ má délku $l = 0{,}1\,\mathrm{m}$ a je připojena na napětí $U = 10\,\mathrm{V}$. Určete:

- intenzitu stacionárního elektrického pole E_st v tyči,
- hustotu elektrického proudu J,
- celkový odpor R tyče,
- proud I v tyči.

Měrná vodivost uhlíku je $\gamma = 1{,}6 \cdot 10^4\,\Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$.

Řešení

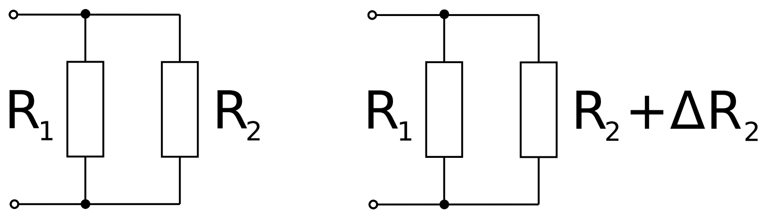
$U = 10\,\mathrm{V}$ $\qquad E_\mathrm{st} = \frac{U}{l} = \frac{10}{0{,}1} = \underline{\underline{100\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}}}$

$S = 10^{-5}\,\mathrm{m}^2$ $\qquad J = \gamma E_\mathrm{st} = 1{,}6 \cdot 10^4 \cdot 10^2 = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^6\,\mathrm{A \cdot m^{-2}}}}$

$l = 0{,}1\,\mathrm{m}$ $\qquad R = \frac{1}{\gamma}\frac{l}{S} = \frac{10^{-1}}{1{,}6 \cdot 10^4 \cdot 10^{-5}} = \underline{\underline{0{,}625\,\Omega}}$

$\qquad I = JS = 1{,}6 \cdot 10^6 \cdot 10^{-5} = \underline{\underline{16\,\mathrm{A}}}$

Příklad 2.3 Určete změnu ΔR paralelního spojení odporů R_1 a R_2 způsobenou změnou odporu R_2 o ΔR_2.



Řešení

R_1 $\qquad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

R_2 $\qquad R' = \frac{R_1(R_2 + \Delta R_2)}{R_1 + (R_2 + \Delta R_2)} = \frac{R_1 R_2 + R_1 \Delta R_2}{R_1 + R_2 + \Delta R_2}$

$R_2 + \Delta R_2$ $\qquad \Delta R = R' - R = \frac{(R_1 R_2 + R_1 \Delta R_2)(R_1 + R_2) - R_1 R_2 (R_1 + R_2 + \Delta R_2)}{(R_1 + R_2 + \Delta R_2)(R_1 + R_2)}$

$\qquad \Delta R = \underline{\underline{\frac{R_1^2 \Delta R_2}{(R_1 + R_2 + \Delta R_2)(R_1 + R_2)}}}$

Příklad 2.4 Jakou změnu odporu (způsobenou změnou rozměrů vodiče) můžeme očekávat, když napneme měděný drát tak, že se prodlouží o 0,1 % své délky?

Řešení

$V = \mathrm{konst}$ $\qquad Sl = S'l'$

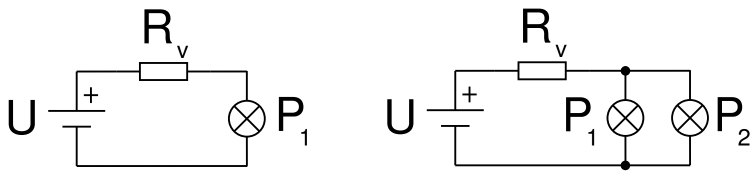
$l' = 1{,}001 l$ $\qquad S' = \frac{Sl}{l'} = \frac{S}{1{,}001}$

$\qquad R' = \rho \frac{l'}{S'} = \rho \frac{1{,}001 l}{\frac{S}{1{,}001}} = (1{,}001)^2 \rho \frac{l}{S} = (1{,}001)^2 R$

$\qquad R' \doteq \underline{\underline{1{,}002 R}}$

Příklad 2.5 Na svorky zdroje o napětí $U = 100\,\mathrm{V}$ je měděným dvoudrátovým vedením připojen spotřebič o příkonu $P_1 = 100\,\mathrm{W}$ při napětí 100 V. Vedení má délku $l = 100\,\mathrm{m}$ a průřez drátu $S = 1\,\mathrm{mm}^2$. Měrný odpor mědi je $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\,\Omega{\cdot}\mathrm{m}$. Určete:

- napětí na svorkách spotřebiče,
- napětí na svorkách spotřebiče, připojíme-li k němu paralelně další spotřebič, který při napětí 100 V má příkon $P_2 = 200\,\mathrm{W}$.

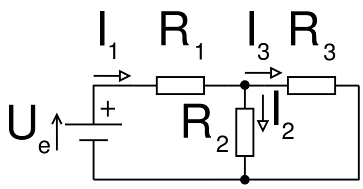


Řešení

$U = 100\,\mathrm{V}$
$P_1 = 100\,\mathrm{W}$
$P_2 = 200\,\mathrm{W}$
$\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\,\Omega{\cdot}\mathrm{m}$
$l = 100\,\mathrm{m}$
$S = 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$

$$R_v = \rho\frac{l}{S} = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\frac{2\cdot 100}{10^{-6}} = 3{,}4\,\Omega$$
$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} = \frac{10^4}{10^2} = 100\,\Omega$$
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_v + R_1} = \frac{100}{103{,}4} \doteq 0{,}967\,\mathrm{A}$$
$$R = R_v + R_1 = 103{,}4\,\Omega$$
$$U_1 = R_1 I \doteq 100 \cdot 0{,}967 = \underline{\underline{96{,}7\,\mathrm{V}}}$$
$$R_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{10^4}{200} = 50\,\Omega$$
$$R' = R_v + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 3{,}4 + \frac{103{,}4\cdot 50}{103{,}4 + 50} \doteq 37{,}1\,\Omega$$
$$I' = \frac{U}{R'} \doteq \frac{100}{37{,}1} \doteq 2{,}70\,\mathrm{A}$$
$$U_1' = I'\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \doteq 2{,}70\frac{100\cdot 50}{100+50} = \underline{\underline{90\,\mathrm{V}}}$$

Příklad 2.6 Metodou postupného zjednodušování řešte elektrickou síť na obrázku, kde $U_e = 22\,\mathrm{V}$, $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 15\,\Omega$ a $R_3 = 10\,\Omega$.

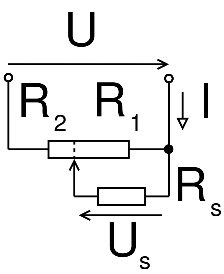


Řešení

$U_e = 22\,\mathrm{V}$
$R_1 = 5\,\Omega$
$R_2 = 15\,\Omega$
$R_3 = 10\,\Omega$

$$R' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{15\cdot 10}{15+10} = 6\,\Omega$$
$$R = R_1 + R' = 5 + 6 = 11\,\Omega$$
$$I = I_1 = \frac{U_e}{R} = \frac{22}{11} = \underline{\underline{2\,\mathrm{A}}}$$
$$I_2 = I\frac{R_3}{R_2 + R_3} = 2\frac{10}{15+10} = \underline{\underline{0{,}8\,\mathrm{A}}}$$
$$I_3 = I\frac{R_2}{R_2 + R_3} = 2\frac{15}{15+10} = \underline{\underline{1{,}2\,\mathrm{A}}}$$

Příklad 2.7 Jak velké je napětí U_s na svorkách spotřebiče, zapojeného na odbočku děliče napětí podle obrázku?



Řešení

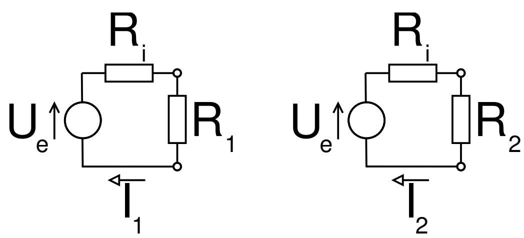
$U = 300\,\mathrm{V}$	$R' = \frac{R_1 R_s}{R_1 + R_s} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^7}{(30+5)10^3} \doteq 4{,}286 \cdot 10^3\,\Omega$
$R_1 = 3 \cdot 10^4\,\Omega$	$R = R_2 + R' \doteq (2 + 4{,}286)10^3 = 6{,}286 \cdot 10^3\,\Omega$
$R_2 = 2 \cdot 10^3\,\Omega$	$I = \frac{U}{R} \doteq \frac{300}{6{,}286 \cdot 10^3} \doteq 4{,}773 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{A}$
$R_s = 5 \cdot 10^3\,\Omega$	$U_2 = R_2 I \doteq 2 \cdot 10^3 \cdot 4{,}773 \cdot 10^{-2} = 95{,}46\,\mathrm{V}$
	$U_s = U - U_2 \doteq 300 - 95{,}46 = \underline{\underline{204{,}54\,\mathrm{V}}}$

Příklad 2.8 Na spotřebitelskou síť o napětí $U = 220\,\mathrm{V}$ jsou připojeny dvě žárovky zapojené v sérii na napětí 110 V. Vypočtěte napětí na každé ze žárovek, jestliže první je 25W a druhá 100W.

Řešení

$U = 220\,\mathrm{V}$	$R_1 = \frac{U'^2}{P_1} = \frac{110^2}{25} = 484\,\Omega$
$U' = 110\,\mathrm{V}$	$R_2 = \frac{U'^2}{P_2} = \frac{110^2}{100} = 121\,\Omega$
$P_1 = 25\,\mathrm{W}$	$R = R_1 + R_2 = 484 + 121 = 605\,\Omega$
$P_2 = 100\,\mathrm{W}$	$I = \frac{U}{R} = \frac{220}{605} \doteq 0{,}364\,\mathrm{A}$
	$U_1 = R_1 I \doteq 484 \cdot 0{,}364 \doteq \underline{\underline{176\,\mathrm{V}}}$
	$U_2 = R_2 I \doteq 121 \cdot 0{,}364 \doteq \underline{\underline{44\,\mathrm{V}}}$

Příklad 2.9 Připojíme-li ke svorkám baterie rezistor o $R_1 = 10\,\Omega$, protéká obvodem proud $I_1 = 3\,\mathrm{A}$. Je-li na svorky téže baterie připojen rezistor o odporu $R_2 = 20\,\Omega$, prochází obvodem proud $I_2 = 1{,}6\,\mathrm{A}$. Vypočtěte elektromotorické napětí a vnitřní odpor baterie.



Řešení

$R_1 = 10\,\Omega$	$U_1 = R_1 I_1 = 10 \cdot 3 = 30\,\mathrm{V}$
$R_2 = 20\,\Omega$	$U_2 = R_2 I_2 = 20 \cdot 1{,}6 = 32\,\mathrm{V}$
$I_1 = 3\,\mathrm{A}$	$U = U_e - R_i I$
$I_2 = 1{,}6\,\mathrm{A}$	$R_i = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2} = \frac{32-30}{3-1{,}6} \doteq 1{,}43\Omega$
	$U_e = U_1 + I_1 R_i \doteq 30 + 3 \cdot 1{,}4 \doteq \underline{\underline{34{,}3\mathrm{V}}}$

Příklad 2.10 Odpor vlákna žárovky při teplotě $t_0 = 0\,°\mathrm{C}$ je $R_0 = 35\,\Omega$. Připojíme-li žárovku ke zdroji o napětí $U = 220\,\mathrm{V}$, bude teplota vlákna $t = 2\,000\,°\mathrm{C}$. Vypočítejte:

- odpor vlákna žárovky při teplotě $t_1 = 2\,000\,°\mathrm{C}$, je-li závislost jeho odporu na teplotě dána konstantou $B = -815\,\mathrm{K}$;
- jaký bude výkon elektrického proudu, připojíme-li žárovku na napětí $U = 220\,\mathrm{V}$;
- jaká je okamžitá hodnota proudu bezprostředně po jejím připojení ke zdroji o napětí $U = 220\,\mathrm{V}$;
- jaká by vyšla hodnota odporu vlákna žárovky při teplotě $t = 2\,000\,°\mathrm{C}$, kdybychom uvažovali lineární závislost odporu na teplotě s teplotním součinitelem odporu $\alpha_T = -\frac{B}{T^2}$.

Řešení

$t_0 = 0\,°\mathrm{C}$	$R_1 = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = 35 e^{-815\left(\frac{1}{2273} - \frac{1}{273}\right)} \doteq \underline{\underline{484\,\Omega}}$
$t_1 = 2\,000\,°\mathrm{C}$	$P = \frac{U^2}{R_1} \doteq \frac{220^2}{484} = \underline{\underline{100\,\mathrm{W}}}$
$R_0 = 35\,\Omega$	$I_0 = \frac{U}{R_0} = \frac{220}{35} \doteq \underline{\underline{6{,}29\,\mathrm{A}}}$
$U = 220\,\mathrm{V}$	$\alpha_T = -\frac{B}{T_1^2} = \frac{815}{2\,273^2} \doteq 1{,}577 \cdot 10^{-4}$
	$R_1' = R_0 + \alpha_T (T_1 - T_0) = 35 + 1{,}577 \cdot 10^{-4}(2\,273 - 273) \doteq \underline{\underline{35{,}32\,\Omega}}$

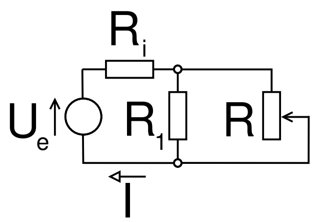
Příklad 2.11 Za jak dlouho ohřeje ponorný vařič 2 litry vody 20 °C teplé na teplotu 90 °C? Vařič je připojen na napětí $U = 220\,\mathrm{V}$, jeho odpor $R = 100\,\Omega$. Účinnost je 75 % (změnu odporu vařiče s teplotou zanedbejte).

Řešení

$m = 2\,\mathrm{kg}$
$\Delta t = 70\,°\mathrm{C}$
$U = 220\,\mathrm{V}$
$R = 100\,\Omega$
$\eta = 0,75$
$c = 4\,186\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$

$$Q = mc\Delta t$$
$$W = \eta P \tau$$
$$\tau = \frac{mc\Delta t R}{\eta U^2} = \frac{2{\cdot}4\,186{\cdot}70{\cdot}100}{0{,}75{\cdot}220^2} \doteq 1\,614\,\mathrm{s} \doteq \underline{\underline{26{,}9\mathrm{min}}}$$

Příklad 2.12 Ke zdroji $U_\mathrm{e} = 100\,\mathrm{V}$ a vnitřním odporu $R_\mathrm{i} = 5\,\Omega$ je připojena paralelní kombinace proměnného odporu R a pevného odporu $R_1 = 10\,\Omega$. Nalezni takovou hodnotu odporu R, aby výkon dodaný zdrojem do tohoto odporu byl 100 W.



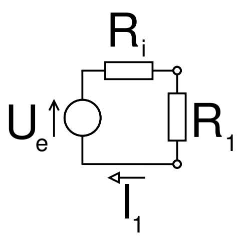
Řešení

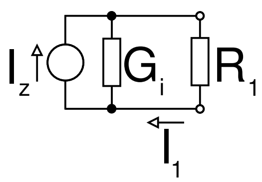
$U_\mathrm{e} = 100\,\mathrm{V}$
$R_\mathrm{i} = 5\,\Omega$
$R_1 = 10\,\Omega$
$P = 100\,\mathrm{W}$

$$R' = \frac{RR_1}{R+R_1}$$
$$I = \frac{U_\mathrm{e}}{R'+R_\mathrm{i}} = \frac{U_\mathrm{e}(R+R_\mathrm{i})}{R_\mathrm{i}(R+R_1)+RR_1}$$
$$U = U_\mathrm{e} - R_\mathrm{i} I = U_\mathrm{e}\left(1 - \frac{R_\mathrm{i}R+R_\mathrm{i}R_1}{R_\mathrm{i}R+R_\mathrm{i}R_1+RR_1}\right) = U_\mathrm{e}\frac{RR_1}{R(R_\mathrm{i}+R_1)+R_\mathrm{i}R_1}$$
$$P = \frac{U^2}{R} = U_\mathrm{e}^2\frac{RR_1^2}{[R(R_\mathrm{i}+R_1)+R_\mathrm{i}R_1]^2}$$
$$R^2P(R_\mathrm{i}+R_1)^2 + R[2P(R_\mathrm{i}+R_1)R_\mathrm{i}R_1 - U_\mathrm{e}^2R_1^2] + PR_\mathrm{i}^2R_1^2 = 0$$
$$2{,}25\cdot 10^4 R^2 - 8{,}5\cdot 10^5 + 2{,}5\cdot 10^5 = 0$$
$$9R^2 - 340R + 100 = 0$$
$$R = \frac{340 \pm \sqrt{340^2 - 4{\cdot}9{\cdot}100}}{2{\cdot}9} \doteq \frac{340 \pm 334{,}66}{18} \doteq \underline{\underline{37{,}48\,\Omega}}$$

Příklad 2.13 Zdroj $U_\mathrm{e} = 100\,\mathrm{V}$ má vnitřní odpor $R_\mathrm{i} = 10\,\Omega$. Vypočtěte:

- jaký proud bude procházet odporem $R = 90\,\Omega$ připojeným ke svorkám zdroje a jaké bude svorkové napětí zdroje,
- nahraďte zdroj U_e ekvivalentním zdrojem proudu (určete proud zdroje I_z a jeho vnitřní vodivost G_i),
- vypočtěte proud, který by procházel odporem $R = 90\,\Omega$ připojeným ke svorkám zdroje proudu, určete též v tomto případě napětí na svorkách zdroje proudu.





Řešení

$U_e = 100\,\mathrm{V}$

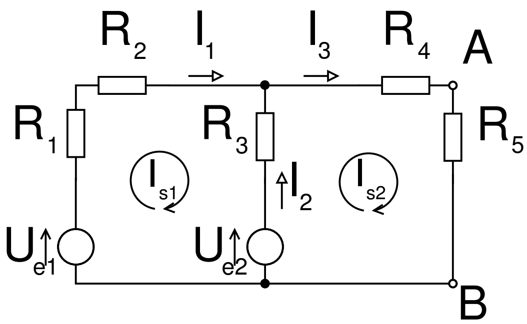
$R_i = 10\,\Omega$

$R_1 = 90\,\Omega$

$$I_1 = \frac{U_e}{R_i+R} = \frac{100}{100} = \underline{\underline{1\,\mathrm{A}}}$$
$$U_1 = U_e - R_i I = 100 - 1 \cdot 10 = \underline{\underline{90\,\mathrm{V}}}$$
$$I_z = \frac{U_e}{R_i} = \frac{100}{10} = \underline{\underline{10\,\mathrm{A}}}$$
$$G_i = \frac{1}{R_i} = \underline{\underline{0{,}1\,\mathrm{S}}}$$
$$I = I_z \frac{R_i}{R+R_i} = 10\frac{10}{90+10} = \underline{\underline{1\,\mathrm{A}}}$$
$$I_i = I_z \frac{R}{R+R_i} = 10\frac{90}{90+10} = 9\,\mathrm{A}$$
$$U = RI = 9 \cdot 10 = \underline{\underline{90\,\mathrm{V}}}$$

Příklad 2.14 Řešte elektrickou síť znázorněnou na obrázku:

- pomocí Kirchhoffových zákonů,
- metodou smyčkových (obvodových) proudů,
- změňte hodnotu odporu R_5 (zapojeného mezi body A a B) tak, aby výkon na tomto odporu byl maximální (doporučení: elektrickou síť vzhledem k A, B nahraďte náhradním zdrojem napětí),



Řešení

$U_{e1} = 10\,\mathrm{V}$

$U_{e2} = 6\,\mathrm{V}$

$R_1 = 10\,\Omega$

$R_2 = 6\,\Omega$

$R_3 = 8\,\Omega$

$R_4 = 5\,\Omega$

$R_5 = 15\Omega$

KZ

$$I_1 + I_2 = I_3$$
$$I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_3 = U_{e1} - U_{e2}$$
$$\underline{I_2 R_3 + I_3(R_4 + R_5) = U_{e2}}$$
$$16 I_1 - 8 I_2 = 4$$
$$\underline{20 I_1 + 28 I_2 = 6}$$
$$I_1 \doteq \underline{\underline{0{,}263\,\mathrm{A}}},\ I_2 \doteq \underline{\underline{0{,}026\,\mathrm{A}}},\ I_3 \doteq \underline{\underline{0{,}289\,\mathrm{A}}}$$

SP

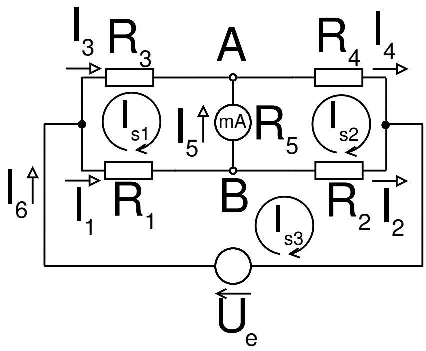
$$I_{s1}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{s2} R_3 = U_{e1} - U_{e2}$$
$$\underline{-I_{s1} R_3 + I_{s2}(R_3 + R_4 + R_5) = U_{e2}}$$
$$24 I_{s1} - 8 I_{s2} = 4$$
$$\underline{-8 I_{s1} + 28 I_{s2} = 6}$$
$$D = \begin{vmatrix} 24 & -8 \\ -8 & 28 \end{vmatrix} = 608$$
$$D_1 = \begin{vmatrix} 4 & -8 \\ 6 & 28 \end{vmatrix} = 160$$
$$D_2 = \begin{vmatrix} 24 & 4 \\ -8 & 6 \end{vmatrix} = 176$$
$$I_{s1} = \frac{160}{608} \doteq 0{,}263\,\mathrm{A}$$
$$\underline{I_{s2} = \frac{176}{608} \doteq 0{,}289\,\mathrm{A}}$$
$$I_1 = I_{s1} \doteq \underline{\underline{0{,}263\,\mathrm{A}}}$$
$$I_2 = I_{s2} - I_{s1} \doteq \underline{\underline{0{,}026\,\mathrm{A}}}$$
$$I_3 = I_{s2} \doteq \underline{\underline{0{,}289\,\mathrm{A}}}$$

TV

$$R_i = R_4 + \frac{(R_1+R_2)R_3}{R_1+R_3+R_3}$$
$$R_i = 5 + \frac{(10+6)8}{10+6+8} \doteq 10{,}3\,\Omega$$
$$R_5' = R_i \doteq \underline{\underline{10{,}3\,\Omega}}$$

Příklad 2.15 Na obrázku je znázorněn nevyvážený Wheatstoneův můstek. Vypočtěte:

- metodou smyčkových proudů proudy ve větvích,
- nahraďte můstek vzhledem k A, B a vypočtěte proud miliampérmetrem s $R_5 = 1\,\Omega$,
- jaký proud by procházel galvanometrem o vnitřním odporu $R_5' = 500\,\Omega$, který by byl zapojen v můstku místo miliampérmetru.



Řešení

$R_1 = 14\,\Omega$

$R_2 = 15\,\Omega$

$R_3 = 15\,\Omega$

$R_4 = 14\,\Omega$

$R_5 = 2\,\mathrm{V}$

SP

$$I_{s1}(R_1 + R_3 + R_5) - I_{s2}R_5 - I_{s3}R_1 = 0$$
$$-I_{s1}R_5 + I_{s2}(R_2 + R_4 + R_5) - I_{s3}R_2 = 0$$
$$-I_{s1}R_1 - I_{s2}R_2 + I_{s3}(R_1 + R_2) = 2$$

$$30I_{s1} - I_{s2} - 14I_{s3} = 0$$
$$-I_{s1} + 30I_{s2} - 15I_{s3} = 0$$
$$-14I_{s1} - 15I_{s2} + 29I_{s3} = 2$$

$$D = \begin{vmatrix} 30 & -1 & -14 \\ -1 & 30 & -15 \\ -14 & -15 & 29 \end{vmatrix} = 13\,021 \qquad D_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -14 \\ 0 & 30 & -15 \\ 2 & -15 & 29 \end{vmatrix} = 870$$

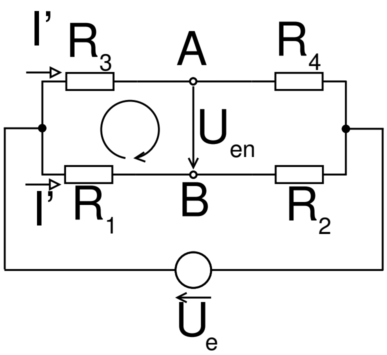
$$D_2 = \begin{vmatrix} 30 & 0 & -14 \\ -1 & 0 & -15 \\ -14 & 2 & 29 \end{vmatrix} = 928 \qquad D_3 = \begin{vmatrix} 30 & -1 & 0 \\ -1 & 30 & 0 \\ -14 & -15 & 2 \end{vmatrix} = 1\,790$$

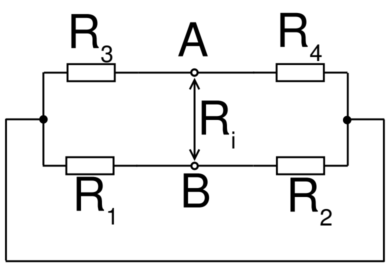
$$I_{s1} = \frac{D_1}{D} = \frac{870}{13\,021} \doteq 0{,}0668\,\mathrm{A}$$
$$I_{s2} = \frac{D_2}{D} = \frac{928}{13\,021} \doteq 0{,}0713\,\mathrm{A}$$
$$I_{s3} = \frac{D_3}{D} = \frac{1\,790}{13\,021} \doteq 0{,}1381\,\mathrm{A}$$

$$I_1 = I_{s3} - I_{s1} \doteq \underline{\underline{0{,}713\,\mathrm{A}}} \qquad I_2 = I_{s3} - I_{s2} \doteq \underline{\underline{0{,}0668\,\mathrm{A}}}$$

$$I_3 = I_{s1} \doteq \underline{\underline{0{,}668\,\mathrm{A}}} \qquad I_4 = I_{s2} \doteq \underline{\underline{0{,}0713\,\mathrm{A}}}$$

$$I_5 = I_{s1} - I_{s2} \doteq \underline{\underline{-0{,}0045\,\mathrm{A}}} \qquad I_6 = I_{s3} \doteq \underline{\underline{0{,}1381\,\mathrm{A}}}$$



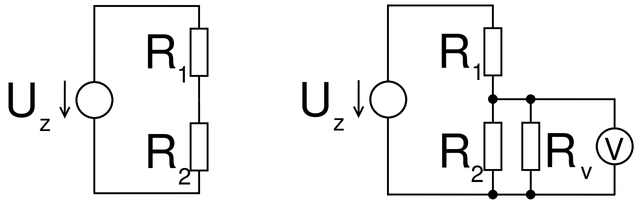


TV

$$R_{in} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_3R_4}{R_3+R_4} = 2\frac{14\cdot 15}{14+15} \doteq 14{,}48\Omega$$
$$I' = \frac{U_e}{R_1+R_3} = \frac{2}{14+15} \doteq 0{,}0690\,\mathrm{A}$$
$$I'(R_3 - R_1) = U_{en}$$
$$U_{en} \doteq 0{,}0690(15-14) = 0{,}0690\,\mathrm{V}$$
$$I_5 = \frac{U_{en}}{R_{in}+R_5} \doteq \frac{0{,}0690}{14{,}48+1} \doteq \underline{\underline{4{,}46\cdot 10^{-3}\,\mathrm{A}}}$$
$$I_5' = \frac{U_{en}}{R_{in}+R_5'} \doteq \frac{0{,}0690}{14{,}48+500} \doteq \underline{\underline{1{,}34\cdot 10^{-4}\,\mathrm{A}}}$$

Příklad 2.16 Dva stejné rezistory o odporu $R_1 = R_2 = 10\,\mathrm{k\Omega}$ jsou zapojeny v sérii a připojeny ke svorkám zdroje o napětí $U_z = 100\,\mathrm{V}$. Vypočtěte:

- napětí na každém rezistoru,
- jaký bude údaj voltmetru o vnitřním odporu $R_{v1} = 10^5\,\Omega$ připojeného ke svorkám jednoho R,
- jaký bude údaj voltmetru o vnitřním odporu $R_{v2} = 10^4\,\Omega$ připojeného ke svorkám jednoho R.

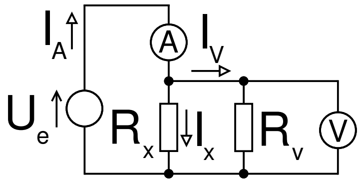


Řešení

$R_1 = R_2 = 10^4\,\Omega$	$U_1 = U_2 = U_z \frac{R_1}{R_1+R_2} = U_z \frac{R_2}{R_1+R_2} = 100 \frac{10^4}{10^4+10^4} = \underline{\underline{50\,\mathrm{V}}}$
$U_z = 10^2\,\mathrm{V}$	$R_1' = \frac{R_2 R_{v1}}{R_2+R_{v1}} = \frac{10^5 10^4}{10^5+10^4} \doteq 9{,}09 \cdot 10^3\,\Omega$
$R_{v1} = 10^5\,\Omega$	$I_1 = \frac{U_z}{R_1+R_1'} \doteq \frac{100}{10^4+9{,}09\cdot10^3} \doteq 5{,}2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A}$
$R_{v2} = 10^4\,\Omega$	$U_{v1} = I_1 R_1' \doteq 5{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}09 \cdot 10^3 \doteq \underline{\underline{47{,}3\,\mathrm{V}}}$
	$R_2' = \frac{R_2 R_{v2}}{R_2+R_{v2}} = \frac{10^4 10^4}{10^4+10^4} = 5 \cdot 10^3\,\Omega$
	$I_2 = \frac{U_z}{R_1+R_2'} = \frac{100}{10^4+5\cdot10^3} \doteq 6{,}7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A}$
	$U_{v2} = I_2 R_2' \doteq 6{,}7 \cdot 10^{-3} 5 \cdot 10^3 = \underline{\underline{33{,}5\,\mathrm{V}}}$

Příklad 2.17 Napětí na neznámém rezistoru R_x měříme paralelně připojeným voltmetrem o vnitřním odporu $R_v = 1\,000\,\Omega$ na rozsahu $20\,\mathrm{V}$. Třída přesnosti je 2. Proud v obvodu měříme ampérmetrem třídy přesnosti 1 na rozsahu $0{,}1\,\mathrm{A}$. Vypočtěte:

- jaká je hodnota R_x neznámého odporu, je-li údaj voltmetru $U = 10\,\mathrm{V}$ a údaj ampérmetru $I = 0{,}03\,\mathrm{A}$,
- stanovte chybu naměřené hodnoty odporu R_x.



Řešení

$U_V = 10\,\mathrm{V}$	$I_A = I_x + I_V$
$I_A = 0{,}03\,\mathrm{A}$	$I_V = \frac{U_V}{R_V},\ I_x = \frac{U_V}{R_x}$
$R_V = 10^3\,\Omega$	$R_x = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}} = \frac{10}{0{,}03 - \frac{10}{10^3}} = \underline{\underline{500\,\Omega}}$
$U_{\text{åm}} = 20\,\mathrm{V}$	$\delta_V = \frac{U_m}{U_V} p_V = \frac{20}{10} 2 = 4\,\%$
$I_m = 0{,}1\,\mathrm{A}$	$\delta_A = \frac{I_m}{I_A} p_A = \frac{0{,}1}{0{,}03} 1 = 3\,\%$
$p_V = 2$	$\delta_R = \delta_V + \delta_A = 4\,\% + 3\,\% = \underline{7\,\%}$
$p_A = 1$	$R_x = (500 \pm 35)\,\Omega$

Příklad 2.18 Vypočtěte, v jakém poměru budou hustoty nasyceného emisního proudu z wolframové katody při teplotách $T_1 = 2\,500\,\mathrm{K}$ a $T_2 = 3\,000\,\mathrm{K}$. Výstupní práce elektronů pro W je $W_v = 4{,}54\,\mathrm{eV}$.

Řešení

$T_1 = 2\,500\,\mathrm{K}$	$J = B T_1^2 e^{\frac{W_v}{kT}}$
$T_2 = 3\,000\,\mathrm{K}$	$\frac{J_2}{J_1} = \frac{T_2^2}{T_1^2} e^{-\frac{W_v}{k}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}$
$W_v = 7{,}26 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$	$\frac{J_2}{J_1} = \frac{3\,000^2}{2\,500^2} e^{-\frac{7{,}26\cdot10^{-19}}{1{,}38\cdot10^{-23}}\left(\frac{1}{3\,000} - \frac{1}{2\,500}\right)} \doteq \underline{\underline{48}}$

Příklad 2.19 Vypočtěte, za jak dlouho se vytvoří při galvanickém pokovování ve vodním roztoku $CuSO_4$ na rovinné katodě vrstva mědi tloušťky $d = 0{,}01\,\mathrm{mm}$, je-li hustota proudu $J = 1\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-2}$.
($\rho = 8\,900\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$, $M_\mathrm{m} = 63{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$)

Řešení

$J = 1\,\mathrm{A{\cdot}m^{-2}}$	$m = \frac{M_\mathrm{m}}{zF} I\tau, I = JS$
$d = 10^{-5}\,\mathrm{m}$	$m = Sd\rho$
$\rho = 8{,}9\cdot 10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$	$\tau = \frac{d\rho zF}{M_\mathrm{m} J}$
$M_\mathrm{m} = 6{,}35\cdot 10^{-2}\,\mathrm{kg{\cdot}mol^{-1}}$	$\tau = \frac{10^{-5}\cdot 8{,}9\cdot 10^3\cdot 2\cdot 9{,}6487\cdot 10^4}{6{,}32\cdot^{-2}\cdot 1} \doteq 2{,}7\cdot 10^5\mathrm{s} \doteq \underline{\underline{75\,\mathrm{h}}}$
$F = 9{,}6487\cdot 10^4\,\mathrm{C{\cdot}mol^{-1}}$	
$z = 2$	

Příklad 2.20 Poniklování kovového předmětu, který má plochu $S = 120\,\mathrm{cm}^2$, trvalo 5 hod při elektrickém proudu $I = 0{,}3\,\mathrm{A}$. Nikl je dvojmocný, molární hmotnost niklu $M_\mathrm{m} = 58{,}69\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$, hustota $\rho_{Ni} = 8\,800\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$. Vypočtěte tloušťku d niklové vrstvy.

Řešení

$I = 0{,}3\,\mathrm{A}$	$m = \frac{M_\mathrm{m}}{zF} I\tau$
$S = 1{,}2\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^{-2}$	$m = Sd\rho$
$\tau = 1{,}8\cdot 10^4\,\mathrm{s}$	$d = \frac{M_\mathrm{m}}{zF}\frac{I\tau}{S\rho}$
$\rho = 8{,}8\cdot 10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$	$d = \frac{58{,}69\cdot 10^{-3}}{2\cdot 9{,}6487\cdot 10^4}\frac{0{,}3\cdot 1{,}8\cdot 10^4}{1{,}2\cdot 10^{-2}\cdot 8{,}8\cdot 10^3} \doteq 1{,}55\cdot 10^{-5}\,\mathrm{m} = 15{,}5\,\mathrm{\mu m}$
$M_\mathrm{m} = 58{,}69\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg{\cdot}mol^{-1}}$	
$F = 9{,}6487\cdot 10^4\,\mathrm{C{\cdot}mol^{-1}}$	
$z = 2$	

2.2. Neřešené příklady

Elektrický odpor, Kirchhofovy zákony

Příklad 2.21 Jak velký elektrický náboj projde průřezem vodiče za dobu 1 min

- při stálém proudu 1 A,
- roste-li proud rovnoměrně od 0 A do 1 A.

Příklad 2.22 Proud ve vodiči se mění s časem podle vztahu $I(t) = 4 + 3t^2\,[\mathrm{A}]$. Určete, jak velký náboj projde vodičem za čas od $t_1 = 5\,\mathrm{s}$ do $t_2 = 10\,\mathrm{s}$ a jaká je střední hodnota proudu v tomto časovém intervalu.

Příklad 2.23 Jakou rychlostí se pohybují elektrony v měděném drátu o průřezu $S = 1\,\mathrm{mm}^2$, prochází-li jím proud $I = 6\,\mathrm{A}$? Počet volných elektronů v $1\,\mathrm{m}^3$ je $n = 8{,}5\cdot 10^{28}$.

Příklad 2.24 Na vytvoření elektrického vedení bylo spotřebováno 400 m měděného drátu o průřezu $6\,\mathrm{mm}^2$. Jaký odpor má vedení, je-li měrný odpor $\rho_\mathrm{Cu} = 1{,}8\cdot 10^{-8}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$?

Příklad 2.25 Měděné vedení má průřez $S_1 = 20\,\mathrm{mm}^2$. Jaký průřez musí mít vedení Al stejné délky, aby mělo stejný odpor? ($\rho_\mathrm{Cu} = 1{,}8\cdot 10^{-8}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$, $\rho_\mathrm{Al} = 2{,}7\cdot 10^{-8}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$)

Příklad 2.26 Určete rychlost elektronů v drátu o $l = 10\,\mathrm{m}$, $S = 1\,\mathrm{mm}^2$, $\rho = 1{,}7\cdot 10^{-8}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$, $U = 2{,}3\,\mathrm{V}$ a v $1\,\mathrm{cm}^3$ drátu je $8{,}5\cdot 10^{22}$ volných elektronů.

Příklad 2.27 Měděné vedení má při teplotě 15 °C odpor 20 Ω. Jaký je odpor vedení při teplotě 30 °C, je-li teplotní součinitel odporu $\alpha = 4\cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$?

Příklad 2.28 Elektrický vařič má při provozní teplotě 750 °C odpor 46 Ω. Jaký je jeho odpor při teplotě 0 °C, je-li $\alpha = 2\cdot 10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1}$?

Příklad 2.29 Cívka navinutá z měděného drátu má při teplotě 20 °C odpor 8 Ω. Jaká je teplota cívky, byl-li v provozu změřen její odpor $R = 14{,}4\,\Omega$? Teplotní součinitel odporu $\alpha = 4\cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$

Příklad 2.30 Žárovkou zapojenou na $U = 220\,\mathrm{V}$ prochází při teplotě vlákna $t = 2\,500\,°\mathrm{C}$ proud $I = 0{,}27\,\mathrm{A}$. Jak velký je nárazový proud při teplotě $0\,°\mathrm{C}$, pokud $\alpha = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$?

Příklad 2.31 Dvě žárovky určené pro totéž napětí mají výkony $P_1 = 100\,\mathrm{W}$, $P_2 = 60\,\mathrm{W}$. Je-li odpor první žárovky $R_1 = 480\,\Omega$, jaký je odpor R_2?

Příklad 2.32 Svíčková žárovka na vánoční stromeček má příkon $P = 9{,}8\,\mathrm{W}$ a $R = 20\,\Omega$. Kolik svíček je nutné zapojit do série při zapojení na $U = 220\,\mathrm{V}$?

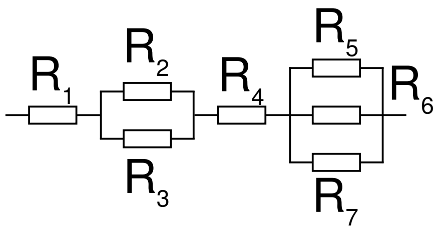
Příklad 2.33 Žárovka s W vláknem má údaje 40 W/220 V. Jak velký je odpor vlákna zastudena a jaký je proud zastudena a za provozu, je-li provozní teplota vlákna $2\,500\,°\mathrm{C}$? ($\alpha = 4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1}$)

Příklad 2.34 Odpory $R_1 = 1\,\Omega$, $R_2 = 2\,\Omega$, $R_3 = 3\,\Omega$, $R_4 = 4\,\Omega$ jsou zapojeny:

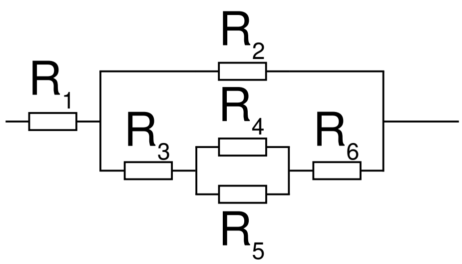
- sériově,
- paralelně

Vypočtěte výsledný odpor.

Příklad 2.35 Jaký je výsledný odpor zapojení podle obrázku, jsou-li odpory $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 30\,\Omega$, $R_3 = 60\,\Omega$, $R_4 = 100\,\Omega$, $R_5 = R_6 = R_7 = 90\,\Omega$?



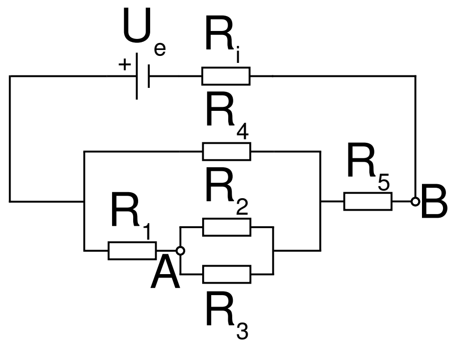
Příklad 2.36 Jak velký je odpor zapojení podle obrázku, jsou-li odpory $R_1 = 3\,\Omega$, $R_2 = 30\,\Omega$, $R_3 = 4\,\Omega$, $R_4 = 60\,\Omega$, $R_5 = 12\,\Omega$, $R_6 = 6\,\Omega$?



Příklad 2.37 Síť tvořena 9 vodiči téhož odporu R, které tvoří strany a úhlopříčky šestiúhelníka. Určete odpor mezi dvěma protějšími vrcholy.

Příklad 2.38 Odebíráme-li proud z baterie $I_1 = 3\,\mathrm{A}$, je její svorkové napětí $U_1 = 24\,\mathrm{V}$. Odebíráme-li proud $I_2 = 4\,\mathrm{A}$, je svorkové napětí $U_2 = 20\,\mathrm{V}$. Určete vnitřní odpor zdroje a elektromotorické napětí baterie.

Příklad 2.39 V zapojení podle obrázku určete proud tekoucí každým odporem a napětí mezi body A a B. Elektromotorické napětí $U_e = 12\,\mathrm{V}$, vnitřní odpor zdroje $R_i = 1\,\Omega$, vnější odpory $R_1 = 4\,\Omega$, $R_2 = 6\,\Omega$, $R_3 = 12\,\Omega$, $R_4 = 8\,\Omega$, $R_5 = 1\,\Omega$.



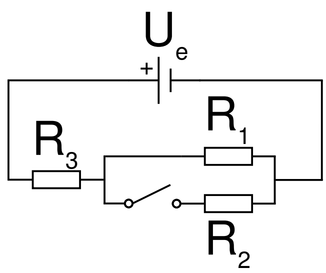
Příklad 2.40 Voltmetr s vnitřním odporem $R_V = 3\,000\,\Omega$ má rozsah 12 V. Jaký předřadný odpor je nutno připojit, aby se rozsah voltmetru zvětšil na 60 V?

Příklad 2.41 Ampérmetr má vnitřní odpor $R_A = 0{,}02\,\Omega$ a rozsah 1,2 A. Jaký musí být odpor bočníku, aby se rozsah ampérmetru zvětšil na 6 A?

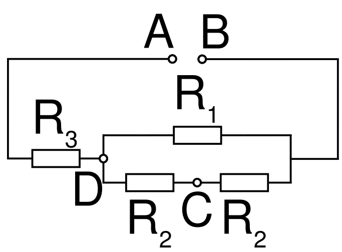
Příklad 2.42 Vodičem o odporu 15 Ω prošel za 2 min náboj 30 C. Kolik elektronů prošlo vodičem, jak velké bylo napětí na koncích vodiče a jaký proud prošel vodičem?

Příklad 2.43 Rezistory o odporech $R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 4\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ jsou zapojeny podle obrázku a připojeny ke zdroji $U_e = 14\,\mathrm{V}$. Určete celkový odpor a proudy procházející jednotlivými rezistory, pokud:

- klíč je sepnut,
- klíč je rozpojen



Příklad 2.44 Rezistory zapojené podle obrázku $R_1 = 50\,\Omega$, $R_2 = 150\,\Omega$, $R_3 = 50\,\Omega$, $R_4 = 80\,\Omega$. Napětí mezi body AB je 240 V. Jaké je napětí mezi body CD, jaký proud prochází rezistory?

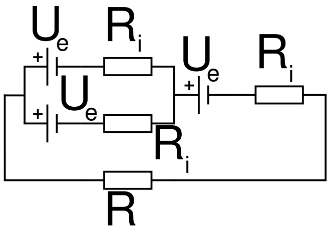


Příklad 2.45 Ke kondenzátoru $C = 10\,\mathrm{\mu F}$ je připojen akumulátor o $U_e = 2\,\mathrm{V}$ přes odpor $R = 1\,000\,\Omega$. Za jak dlouho se kondenzátor nabije na $U = 1{,}98\,\mathrm{V}$? Vnitřní odpor akumulátoru je zanedbatelný.

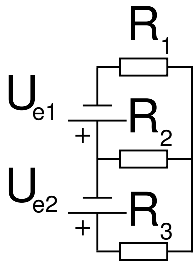
Příklad 2.46 Zdroj $U_e = 36\,\mathrm{V}$ má $R_i = 4\,\Omega$. Zdroj je připojen k vnějšímu odporu $R = 2\,\Omega$. Vypočtěte:

- proud,
- proud, jsou-li k R připojeny 4 zdroje zapojené sériově,
- proud, jsou-li k R připojeny 4 zdroje zapojené paralelně.

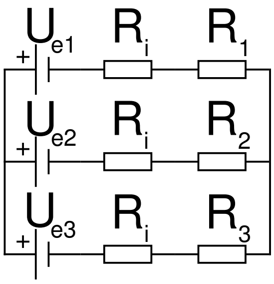
Příklad 2.47 Tři galvanické články o $U_{e1} = 1{,}3\,\mathrm{V}$, $U_{e2} = 1{,}5\,\mathrm{V}$, $U_{e3} = 2\,\mathrm{V}$ mají $R_i = 0{,}2\,\Omega$ a jsou zapojeny podle obrázku. Vnější odpor $R = 0{,}55\,\Omega$. Vypočtěte proudy v jednotlivých větvích.



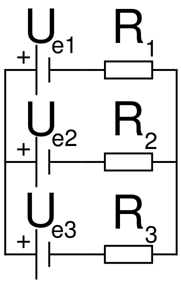
Příklad 2.48 Jak velké proudy procházejí jednotlivými odpory v obvodu zapojeném podle obrázku, je-li $U_{e1} = 2\,\mathrm{V}$, $U_{e2} = 4\,\mathrm{V}$, $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 2\,\Omega$, $R_3 = 10\,\Omega$. Vnitřní odpory jsou zanedbatelně malé.



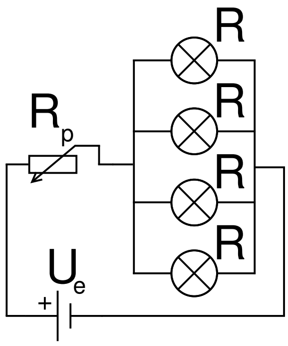
Příklad 2.49 V obvodu znázorněném na obrázku jsou $U_{e1} = 20\,\mathrm{V}$, $U_{e2} = 18\,\mathrm{V}$, $U_{e3} = 7\,\mathrm{V}$, $R_i = 1\,\Omega$, $R_1 = 6\,\Omega$, $R_2 = 4\,\Omega$, $R_3 = 2\,\Omega$. Vypočtěte proudy ve větvích.



Příklad 2.50 Vypočtěte proudy jdoucí jednotlivými odpory v obvodu podle obrázku. ($U_{e1} = 8\,\mathrm{V}$, $U_{e2} = 6\,\mathrm{V}$, $U_{e3} = 5\,\mathrm{V}$, $R_1 = 20\,\Omega$, $R_2 = 10\,\Omega$, $R_3 = 5\,\Omega$)



Příklad 2.51 Čtyři žárovky, každá o odporu R. Reostat je nastaven na hodnotu R_p a svorkové napětí zdroje je U. Na jakou hodnotu odporu R_x je potřeba nastavit reostat při vypálení jedné žárovky, aby byly proudy v ostatních žárovkách stejně velké jako předtím?



Příklad 2.52 Odpor R_x rezistoru jsme měřili voltmetrem a ampérmetrem. Voltmetr měl rozsah 120 V a vnitřní odpor 500 Ω. Ampérmetr měl rozsah 3 A a vnitřní odpor 4 Ω. Když byl voltmetr zapojen podle prvního schématu, naměřené hodnoty byly 98,2 V a 0,75 A. Určete:

- neznámý odpor R_x rezistoru,
- U_e zdroje,
- údaje voltmetru a ampérmetru, pokud je obvod zapojen podle druhého schématu.

Příklad 2.53 V homogenním kovovém vodiči délky 5 m a průměru 1,2 mm, jehož konce jsou připojeny ke svorkám zdroje s $U_e = 4{,}5\,\mathrm{V}$, je stálý proud 5 A. Určete:

- směr pohybu elektronů ve vodiči a jejich počet n, který projde průřezem vodiče za 1 ms,
- odpor R a měrný odpor ρ vodiče.

Příklad 2.54 Drát délky 8 m má průměr 0,5 mm a elektrický odpor 2 Ω. Jakou délku musí mít drát ze stejného materiálu o průměru 0,4 mm, aby jeho odpor byl 2,5 Ω?

Příklad 2.55 Vláknem wolframové žárovky o teplotě 0 °C prochází při napětí 10 V proud 0,3 A. Určete teplotní součinitel odporu wolframu, bude-li po připojení žárovky na napětí 220 V procházet proud 0,5 A a vlákno se ohřeje na $2{,}5 \cdot 10^3\,°\mathrm{C}$.

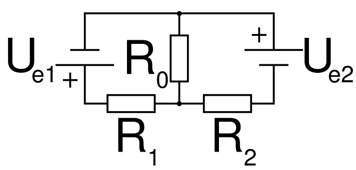
Příklad 2.56 U_e zdroje je 1,1 V. Po připojení spotřebiče s odporem 5 Ω je svorkové napětí jen 0,6 V. Jaký je vnitřní odpor zdroje a jaký proud prochází obvodem?

Příklad 2.57 Svorkové napětí baterie má při vnějším zatěžovacím odporu 17 Ω hodnotu 4,4 V a při 9 Ω hodnotu 4,3 V. Jaké je U_e a R_i zdroje?

Příklad 2.58 Mezi dvěma body silnoproudého vedení z měděného drátu o průřezu $70\,\mathrm{mm}^2$ vzdálenými od sebe 6 m bylo naměřeno napětí $U = 0{,}23\,\mathrm{V}$. Jaký proud prochází vedením? Měrný odpor mědi je $1{,}78 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot \mathrm{m}$

Příklad 2.59 Vypočtěte, jak velký je vnitřní odpor akumulátoru, jestliže voltmetrem změříme naprázdno $U_e = 13{,}1\,\mathrm{V}$ a při zatížení akumulátoru spotřebičem o odporu $R_s = 4{,}5\,\Omega$ je napětí na svorkách $U_s = 12{,}9\,\mathrm{V}$.

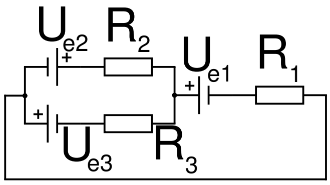
Příklad 2.60 Stanovte podmínku pro odpory R_1, R_2 zapojené podle obrázku, aby proud rezistorem R_0 byl nulový.



Příklad 2.61 Tenký rovinný prstenec o poloměrech R_1, R_2 a tloušťky h na jedné straně rozřízneme a k plochám řezu přiložíme kontakty zdroje. Je-li znám materiál prstence, vypočtěte jeho odpor.

Příklad 2.62 Na kolik n stejných částí je potřeba rozřezat drát, který má odpor $R = 192\,\Omega$, abychom při paralelním zapojení všech těchto n částí dostali výsledný odpor $R = 3\,\Omega$?

Příklad 2.63 Vypočtěte proudy v jednotlivých větvích elektrického obvodu na obrázku, kde odpory rezistorů jsou $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 6\,\Omega$, $R_3 = 5\,\Omega$ a elektromotorická napětí zdrojů jsou $U_{e1} = 6\,\mathrm{V}$, $U_{e2} = 2\,\mathrm{V}$, $U_{e3} = 3\,\mathrm{V}$.



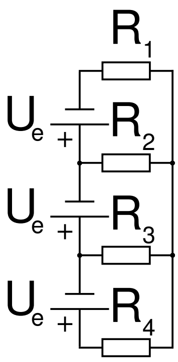
Příklad 2.64 Soustava čtyř rezistorů s odpory $R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = 200\,\Omega$, $R_3 = 200\,\Omega$, $R_4 = 400\,\Omega$ zapojených podle obrázku je připojena k baterii s elektromotorickým napětím$U_e = 18\,\mathrm{V}$. Určete:

- celkový odpor rezistorů R a celkový proud I v elektrickém obvodu,
- proudy procházející jednotlivými rezistory.

Příklad 2.65 Tři odpory R_1, R_2, R_3 jsou zapojeny do odporového trojúhelníku. Vypočtěte hodnoty náhradních odporů R_a, R_b, R_c, změníme-li odporový trojúhelník v odporovou hvězdu.

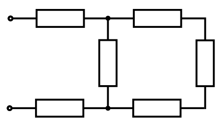
Příklad 2.66 Síť na obrázku je tvořena třemi stejnými zdroji o U_e a čtyřmi rezistory R_1, $R_2 = 2R_1$, $R_3 = 4R_1$, $R_4 = 8R_1$. Uzel A je uzemněný. Určete:

- proudy, které procházejí jednotlivými rezistory a elektrický potenciál uzlu E ($U = 60\,\mathrm{V}$, $R_1 = 1\,\mathrm{k}\Omega$),
- jak bychom museli změnit odpor rezistoru R_3, aby rezistorem R_2 neprocházel proud; jaké proudy budou v tomto případě procházet rezistory R_1, R_3 a R_4.



Příklad 2.67 Kostka ve tvaru krychle se skládá ze stejných vodičů (hran) téhož odporu R. Vypočtěte odpor krychle, přiložíme-li zdroj stejnosměrného napětí ke dvěma protějším vrcholům.

Příklad 2.68 Vytvořme elektrickou síť tak, že postupně spojujeme trojice za sebou zapojených odporů stejných hodnot R. Bude-li počet takových trojic nekonečně velký, pak se poměry v síti nezmění, odpojíme-li za sítě jednu či konečný počet trojic. Vypočtěte proud v síti, je-li k ní připojen zdroj o U_e a vnitřním odporu R_i.



Faradayovy zákony

Příklad 2.69 Jaký proud protékal roztokem skalice modré $CuSO_4$, jestliže se za 15 min vyloučilo z roztoku 3 g mědi? ($M_m = 63{,}54$, $v = 2$)

Příklad 2.70 Předmět plochy $S = 20\,\mathrm{dm}^2$ je třeba postříbřit vrstvou tloušťky $d = 0{,}2\,\mathrm{mm}$. Kolik stříbra se musí vyloučit a jak dlouho bude pokovování trvat, je-li možné $1\,\mathrm{dm}^2$ zatížit proudem 0,4 A? ($\rho = 10{,}5 \cdot 10^3$, $v = 1$, $\alpha = 108$)

Příklad 2.71 Vypočtěte elektrochemický ekvivalent Cu, prochází-li coulometrem na měď proud $I = 4 \cdot 10^{-1}\,\mathrm{A}$ a vyloučí-li se za půl hodiny $2{,}36 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg}$ mědi.

Příklad 2.72 Jestliže víme, že v coulometru na stříbro se nábojem 1 C vyloučí $1{,}118 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}$ Ag, vypočtěte velikost proudu procházejícího coulometrem po dobu n minut, jestliže se vyloučila hmotnost m Ag.

Příklad 2.73 Vypočtěte energetickou spotřebu při elektrolytickém pokrytí plochy S vrstvou Ag při napětí U.

Příklad 2.74 Vypočtěte množství stříbra, které se vyloučí z roztoku $AgNO_3$ proudem 1,3 A za dvě hodiny. ($A_{Ag} = 1{,}118 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg \cdot C^{-1}}$)

Příklad 2.75 Poniklování kovového předmětu, který má povrch $120\,\mathrm{cm}^2$, trvalo 5 hodin při elektrickém proudu 0,3 A. Vypočtěte množství vyloučeného niklu a tloušťku vrstvy, která se na předmětu vytvořila. Hustota niklu je $8{,}8 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^3}$ a molární hmotnost niklu je $58{,}69 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$. Nikl je dvojmocný.

Příklad 2.76 Baterie n galvanických článků, každý o elektromotorickém napětí U_e a vnitřním odporu R_i, je vytvořena zapojením p paralelních skupin po q v sérii. Ve vnějším obvodu je odpor R. Vypočtěte množství mědi vyloučené z roztoku CuCl při zapojení po dobu t. Řešte pro $U_e = 0{,}09\,\mathrm{V}$, $R_i = 0{,}6\,\Omega$, $n = 30$, $p = 5$, $q = 6$, $R = 200\,\Omega$, $t = 8{,}3\,\mathrm{min}$, $\alpha = 63{,}57\,\mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$.

Elektrická práce, výkon

Příklad 2.77 Vypočtěte práci proudu v části obvodu, ve které nejsou zdroje U_e a která má odpor $R = 12\,\Omega$, jestliže se elektrický proud po dobu $t = 5\,\mathrm{s}$ rovnoměrně zvětšuje od $I_1 = 2\,\mathrm{A}$ do $I_2 = 10\,\mathrm{A}$.

Příklad 2.78 Na vařiči s elektrickým příkonem 800 W jsme ohřáli 4 l vody z teploty 20 °C na 100 °C za 30 min. Jaká je účinnost vařiče? Měrné teplo vody je $4{,}2 \cdot 10^3\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} K^{-1}}$.

Příklad 2.79 Žárovka s údaji 12 V a 40 W se má zapojit tak, aby pracovala s výkonem, na který byla zhotovena. K dispozici máme reostat a dvě stejné baterie, ze kterých každá má $U_e = 12\,\mathrm{V}$ a $R_i = 0{,}5\,\Omega$. Odpor spojovacích vodičů zanedbáme. Určete:

- s jakým výkonem by žárovka pracovala, kdybychom ji připojili jen k jednomu ze zdrojů,
- hodnotu odporu reostatu, který musíme do obvodu zapojit, když žárovku připojíme k oběma bateriím zapojeným do série a požadujeme, aby žárovka pracovala s předepsanými hodnotami.

Příklad 2.80 V elektrickém obvodu, který je připojený ke zdroji napětí 220 V, jsou do série zapojeny dva spotřebiče: žárovka s údaji 220 V/100 W a elektrický vařič. Na žárovce jsme naměřili napětí 200 V. Jaký odpor má vařič?

Příklad 2.81 Ke zdroji o $U_e = 24\,\mathrm{V}$ a vnitřním odporu $R_i = 1\,\Omega$ máme připojit žárovku s předepsanými hodnotami 12 V/60 W. Určete:

- jaký odpor musíme zapojit do série se žárovkou, aby bylo na žárovce předepsané napětí a měla předepsaný výkon,
- jaké bude svorkové napětí a výkon zdroje.

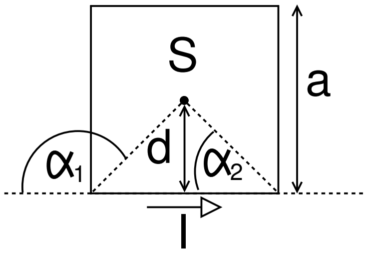
Příklad 2.82 Polním telefonem s pracovním napětím 24 V telefonujeme na vzdálenost 6 km. Kabel je hliníkový. Určete:

- jaká je střední rychlost elektronu v kabelu,
- za jak dlouho elektron „doletí“ z jednoho konce na druhý (jak je možné, že lze telefonovat).

3. Stacionární magnetické pole

3.1. Řešené příklady

Příklad 3.1 Vypočtěte magnetickou indukci B ve středu S čtvercového závitu o straně $a = 0{,}05\,\mathrm{m}$, kterým prochází proud $I = 10\,\mathrm{A}$.



Řešení

$I = 10\,\mathrm{A}$ $\quad B = 4B_1$

$a = 0{,}05\,\mathrm{m}$ $\quad B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d}(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\frac{a}{2}}(\cos 45^\circ - \cos 135^\circ) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a}\sqrt{2}$$

$$B = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{I}{a}2\sqrt{2} = \frac{4\pi\cdot 10^{7}}{\pi}\frac{10}{5\cdot 10^{-2}}2\sqrt{2} = \underline{\underline{2\cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}}}$$

Příklad 3.2 Podle Bohrova modelu atomu vodíku obíhá elektron kolem jádra po kruhové dráze o poloměru $a = 5{,}3\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$. Frekvence oběhů elektronu je $f = 6{,}6\cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}$. Pohyb elektronu kolem jádra představuje elektrický proud kruhovým závitem. Vypočtěte hodnotu magnetické indukce v místě jádra atomu.

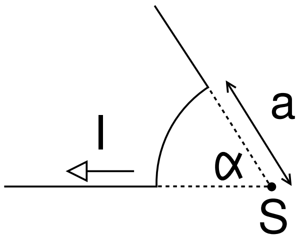
Řešení

$a = 5{,}4\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$ $\quad I = \frac{Q}{t} = ef$

$f = 6{,}6\cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}$ $\quad B = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{a} = \frac{\mu_0}{2}\frac{ef}{a}$

$$B = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2}\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}6{,}6\cdot 10^{15}}{5{,}3\cdot 10^{-11}} = \underline{\underline{10\,\mathrm{T}}}$$

Příklad 3.3 Vodič má tvar znázorněný na obrázku a protéká jím proud $I = 10\,\mathrm{A}$. Vzdálenost $a = 0{,}05\,\mathrm{m}$. Určete velikost a směr magnetické indukce v bodě S.



Řešení

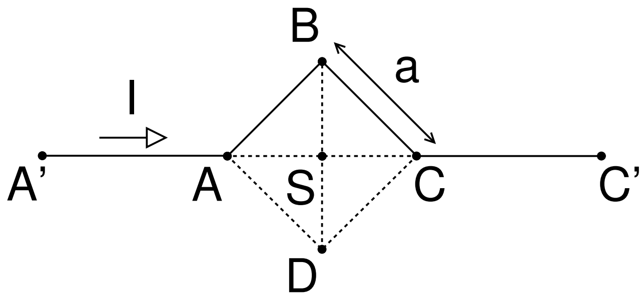
$I = 10\,\mathrm{A}$ $\quad B = \frac{1}{6}B_1$

$a = 0{,}05\,\mathrm{m}$ $\quad B_1 = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{a}$

$\alpha = 60^\circ$ $\quad B = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{12}\frac{10}{5\cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{T}}}$

Příklad 3.4 Vodič má tvar znázorněný na obrázku. Úseky AA' a CC' jsou velmi dlouhé, body A, B, C, D jsou vrcholy čtverce o straně a, bod S je střed čtverce. Vodičem prochází proud I. Určete velikost a směr magnetické indukce:

- v bodě S,
- v bodě D.



Řešení

$I \quad B_S = 2B_1$

$a \quad B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d}(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a}\sqrt{2}$

$$B_S = \underline{\underline{\frac{\mu_0}{\pi}\frac{I}{a}\sqrt{2}}}$$

$$B_D = 2\left(B_{AA'} + B_{AB}\right)$$

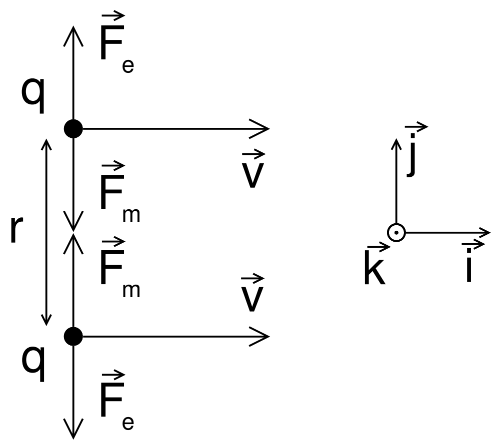
$$B_{AA'} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d}(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a\frac{\sqrt{2}}{2}}(\cos 135^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}\left(\sqrt{2}-1\right)$$

$$B_{AB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}(\cos 45^\circ - \cos 90^\circ) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B_D = 2\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}\left(\sqrt{2}-1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \underline{\underline{\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}\left(3\sqrt{2}-2\right)}}$$

Příklad 3.5 Dvě identické částice se stejnými náboji q se pohybují vedle sebe ve vzdálenosti r stejnými konstantními rychlostmi v.

- Dokažte, že se částice odpuzují elektrickými silami F_e a že se přitahují magnetickými silami F_m; vypočtěte obecně tyto síly,
- vypočtěte poměr $\frac{F_m}{F_e}$



Řešení

$q \quad \mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}(\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{d}Q\left(\frac{\mathrm{d}\vec{l}}{\mathrm{d}t}\times\vec{r}\right)}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{d}Q(\vec{v}\times\vec{r})}{r^3}$

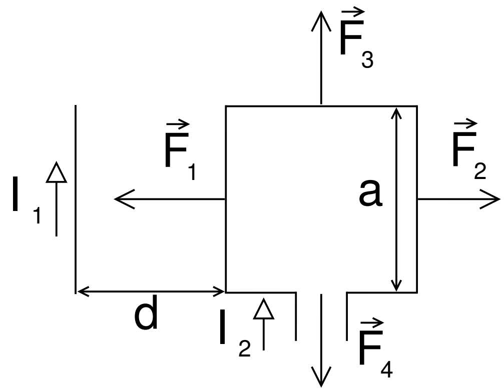
$v \quad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q(\vec{v}\times\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv}{r^2}\vec{k}$

$r \quad \vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B} = \underline{\underline{-\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q^2v}{r^2}\vec{j}}}$

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{r^3}\vec{r} = \underline{\underline{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{r^2}\vec{j}}}$$

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q^2v}{r^2}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{r^2}} = \mu_0\epsilon_0 v^2 = \underline{\underline{\frac{v^2}{c^2}}}$$

Příklad 3.6 V rovině čtvercového závitu o straně $a = 0{,}1\,\mathrm{m}$ je umístěn ve vzdálenosti $d = 0{,}05\,\mathrm{m}$ od jedné jeho strany přímý dlouhý vodič s proudem $I_1 = 10\,\mathrm{A}$. Čtvercovým závitem protéká proud $I_2 = 5\,\mathrm{A}$. Vypočtěte výslednou magnetickou sílu působící na závit s proudem.



Řešení

$a = 0{,}1\,\mathrm{m}$	$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4$
$d = 0{,}05\,\mathrm{m}$	$F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 a \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 \frac{a^2}{d(d+a)}$
$I_1 = 10\,\mathrm{A}$	$F = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} 10 \cdot 5 \frac{10^{-2}}{7{,}5\cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{1{,}3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{N}}}$
$I_2 = 5\,\mathrm{A}$	

Příklad 3.7 Dlouhým přímým vodičem ve tvaru tyče s kruhovým průřezem o poloměru $r = 10\,\mathrm{mm}$ prochází proud $I = 100\,\mathrm{A}$. Vypočtěte hodnotu magnetické indukce:

- uvnitř vodiče ve vzdálenosti $\frac{r}{2}$ od osy tyče,
- na povrchu vodiče (ve vzdálenosti r od osy tyče),
- vně vodiče ve vzdálenosti $2r$ od osy tyče.

Řešení

$I = 100\,\mathrm{A}$
$r = 0{,}01\,\mathrm{m}$

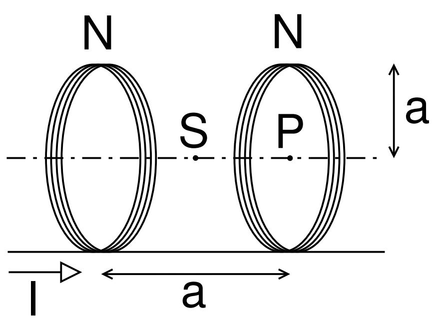
Ampérův zákon: $\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$, l kružnice s poloměrem a

$$\mathrm{LS} = \oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = B \oint_l \mathrm{d}l = 2\pi a B$$
$$\mathrm{PS} = \mu_0 \int_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \mu_0 J \int_S \mathrm{d}S = \mu_0 \pi a^2 J$$
$$B = \frac{\mu_0 \pi a^2 J}{2\pi a} = \frac{\mu_0 a}{2} J$$
$$B\left(a = \frac{r}{2}\right) = \frac{\mu_0 a}{2}\frac{1}{\pi a^2}\frac{a^2}{r^2} I = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} = \underline{\underline{10^{-3}\,\mathrm{T}}}$$
$$B(a = r) = \frac{\mu_0 a}{2}\frac{I}{\pi a^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \underline{\underline{2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}}}$$
$$B(a = 2r) = \frac{\mu_0 a}{2}\frac{I}{\pi a^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} = \underline{\underline{10^{-3}\,\mathrm{T}}}$$

Příklad 3.8 Vypočtěte magnetickou indukci na ose Helmholtzových cívek (dvě velmi krátké cívky o poloměru a ve vzdálenosti a, každá o N závitech, zapojených tak, že magnetická indukce od obou cívek se sčítá)

- v bodě S (uprostřed mezi cívkami),
- v bodě P (v rovině jedné z cívek).

Počet závitů každé cívky je $N = 100$, poloměr $a = 0{,}1\,\mathrm{m}$, proud cívkami $I = 1\,\mathrm{A}$.



Řešení

$I = 1\,\text{A}$ $\quad B_1(d) = \frac{\mu_0}{2} I \frac{a^2}{\left(a^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

$N = 100$ $\quad B_S = 2NB_1\left(\frac{a}{2}\right) = 2N\frac{\mu_0}{2} I \frac{a^2}{\left(a^2+\frac{a^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} = \mu_0 \frac{NI}{a}\frac{8}{5\sqrt{5}}$

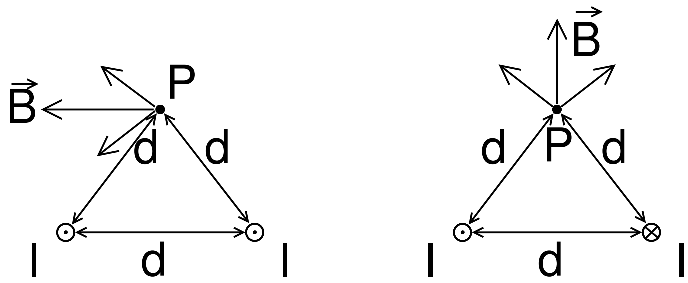
$a = 0{,}1\,\text{m}$ $\quad B_S = 4\pi 10^{-7}\frac{100}{0{,}1}\frac{8}{5\sqrt{5}} = \underline{\underline{9\cdot 10^{-4}\,\text{T}}}$

$$B_P = N\left(B_1(a) + B_1(0)\right) = \mu_0\frac{NI}{2}\left(\frac{a^2}{\left(a^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{a^2}{\left(a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right) = \mu_0\frac{NI}{2a}\frac{2\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}$$

$$B_P = 4\pi 10^{-7}\frac{100}{2\cdot 0{,}1}\frac{2\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}} = \underline{\underline{8{,}5\cdot 10^{-4}\,\text{T}}}$$

Příklad 3.9 Dvěma dlouhými přímými vodiči, vedenými rovnoběžně ve vzdálenosti d, prochází stejné proudy I. Určete hodnotu a směr magnetické indukce v bodě P:

- jsou-li směry obou proudů ve vodičích souhlasné,
- jsou-li směry obou proudů ve vodičích opačné.



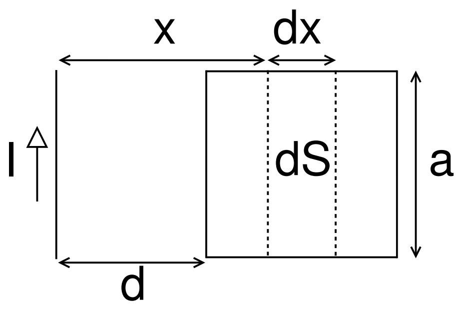
Řešení

$I \quad B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d}$

$d \quad B_s = 2B_1\cos 30° = \sqrt{3}\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d}$

$\quad\; B_o = 2B_1\cos 60° = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d}$

Příklad 3.10 V rovině čtvercového závitu o straně $a = 0{,}1\,\text{m}$ je umístěn dlouhý přímý vodič s proudem $I = 10\,\text{A}$ ve vzdálenosti $d = 0{,}05\,\text{m}$ od jedné jeho strany. Čtvercovým závitem neprochází proud. Určete magnetický indukční tok Φ_m plochou závitu.



Řešení

$I = 10\,\text{A}$ $\quad \mathrm{d}\Phi_m = B\mathrm{d}S = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}a\mathrm{d}x$

$a = 0{,}1\,\text{m}$ $\quad \Phi_m = \frac{\mu_0}{2\pi}Ia\int_d^{d+a}\frac{\mathrm{d}x}{x} = \frac{\mu_0}{2\pi}Ia\left(\ln(a+d) - \ln d\right) = \frac{\mu_0}{2\pi}Ia\ln\frac{a+d}{d}$

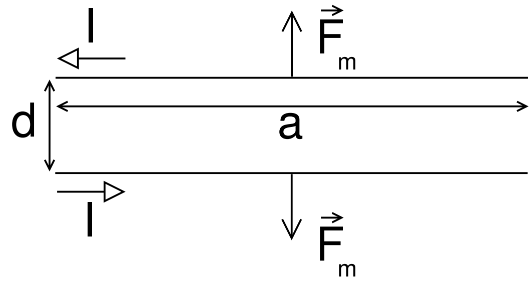
$d = 0{,}05\,\text{m}$ $\quad \Phi_m = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi}10\cdot 0{,}1\ln 3 = \underline{\underline{2{,}2\cdot 10^{-7}\,\text{Wb}}}$

Příklad 3.11 V homogenním magnetickém poli o magnetické indukci $B = 0{,}2\,\text{T}$ je umístěna plochá obdélníková cívka s počtem závitů $N = 50$. Rozměry cívky jsou $a = 5\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$. Magnetické pole je rovnoběžné s kratší stranou cívky. Jak velký je moment dvojice sil působících v magnetickém poli na cívku, jestliže jí prochází proud $I = 5\,\text{A}$?

Řešení

$B = 0{,}2\,\mathrm{T}$ $\quad D_1 = BIS\sin\alpha$
$I = 5\,\mathrm{A}$ $\quad D = ND_1 = NBIS\sin\alpha$
$N = 50$ $\quad D = 50 \cdot 0{,}2 \cdot 5 \cdot 0{,}0015 = \underline{\underline{7{,}5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{N \cdot m}}}$
$S = 0{,}0015\,\mathrm{m}^2$
$\alpha = 90°$

Příklad 3.12 Dvěma dlouhými přímými vodiči prochází stejné proudy $I = 200\,\mathrm{A}$ opačnými směry. Vzdálenost mezi vodiči je $d = 0{,}1\,\mathrm{m}$. Určete velikost a směr síly, působící na délku $a = 10\,\mathrm{m}$ každého z vodičů.



Řešení

$I = 200\,\mathrm{A}$ $\quad F = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} a$
$d = 0{,}1\,\mathrm{m}$ $\quad F = 4\pi 10^{-7} \frac{200^2}{2\pi 0{,}1} 10 = \underline{\underline{0{,}8\,\mathrm{N}}}$
$a = 10\,\mathrm{m}$

3.2. Neřešené příklady

Magnetická indukce, magnetický indukční tok, síly v magnetickém poli

Příklad 3.13 Jaká síla působí na vodič délky $l = 30\,\mathrm{cm}$ v homogenním magnetickém poli o indukci $B = 0{,}8\,\mathrm{T}$, protéká-li jím proud 10 A, přičemž vodič je kolmý k magnetické indukci.

Příklad 3.14 V homogenním magnetickém poli o indukci $B = 0{,}2\,\mathrm{T}$ je obdélníkový závit o rozměrech $a = 6\,\mathrm{cm}$ a $b = 4\,\mathrm{cm}$. Magnetické pole je rovnoběžné s kratší stranou závitu. Jak velký je moment dvojice sil působících na závit, protéká-li jím proud $I = 10\,\mathrm{A}$?

Příklad 3.15 Kruhová smyčka o poloměru $r = 0{,}1\,\mathrm{m}$ je umístěna v homogenním magnetickém poli o indukci $B = 1{,}4\,\mathrm{T}$. Vypočtěte magnetický indukční tok smyčkou, je-li její rovina:

- kolmá k vektoru magnetické indukce,
- svírá s vektorem magnetické indukce úhel $\alpha = 60°$.

Příklad 3.16 Vypočtěte magnetickou indukci a intenzitu magnetického pole ve vzdálenosti $a = 5\,\mathrm{cm}$ od velmi dlouhého přímého vodiče, kterým teče proud $I = 5\,\mathrm{A}$.

Příklad 3.17 Vodičem kruhového tvaru o poloměru $a = 0{,}1\,\mathrm{m}$ protéká proud $I = 2\,\mathrm{A}$. Vypočtěte velikost vektoru magnetické indukce:

- ve středu vodiče,
- v bodě na ose vodiče ve vzdálenosti $b = 0{,}1\,\mathrm{m}$ od středu.

Příklad 3.18 Dlouhým vodičem, který je ohnut do pravého úhlu, prochází proud $I = 40\,\mathrm{A}$. Vypočtěte magnetickou indukci v bodě P, je-li $a = 2\,\mathrm{cm}$.

Příklad 3.19 Vypočtěte magnetickou indukci ve středu závitu tvaru čtverce o straně $a = 0{,}1\,\mathrm{m}$, kterým protéká proud $I = 5\,\mathrm{A}$.

Příklad 3.20 Závitem tvaru šestiúhelníka o straně $a = 0{,}1\,\mathrm{m}$ protéká proud $I = 5\,\mathrm{A}$. Vypočtěte magnetickou indukci ve středu závitu.

Příklad 3.21 Kolik závitů má solenoid délky $l = 30\,\mathrm{cm}$, jestliže se průchodem proudu $I = 0{,}5\,\mathrm{A}$ v dutině vytvořilo magnetické pole o intenzitě $H = 833\,\mathrm{A \cdot m^{-1}}$?

Příklad 3.22 Elektron vlétne do magnetického pole o indukci $B = 10\,\mathrm{T}$ rychlostí $v = 3 \cdot 10^7\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ ve směru kolmém k poli. Vypočtěte sílu, kterou pole působí na elektron.

Příklad 3.23 Elektron vlétne rychlostí $v = 4{,}8 \cdot 10^7\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ do magnetického pole o indukci $B = 0{,}01\,\mathrm{T}$ kolmo k indukčním čarám. Vypočtěte poloměr dráhy elektronu.

Příklad 3.24 Elektron vlétne do magnetického pole kolmo k indukčním čarám a koná kruhový pohyb s periodou $T = 10^{-8}\,\mathrm{s}$. Vypočtěte magnetickou indukci pole. Jaký poloměr má dráha elektronu, získá-li rychlost potenciálovým rozdílem $U = 3\,000\,\mathrm{V}$?

Příklad 3.25 Elektron, který byl urychlen potenciálovým rozdílem $U = 320\,\mathrm{V}$ a vlétl kolmo do homogenního magnetického pole o indukci $B = 6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$, opisuje kruhovou dráhu o poloměru $r = 0{,}1\,\mathrm{m}$. Určete měrný náboj elektronu.

Příklad 3.26 Jaká je intenzita homogenního magnetického pole, v němž je přímý vodič o délce $l = 0{,}15\,\mathrm{m}$, kolmý na směr magnetické indukce, vytlačován silou $F = 0{,}2\,\mathrm{N}$, protéká-li vodičem proud $I = 10\,\mathrm{A}$?

Příklad 3.27 Jakou silou přitahuje vodič protékaný proudem $I_1 = 25\,\mathrm{A}$ délky $20\,\mathrm{cm}$ rovnoběžný vodič, jímž teče proud $I_2 = 30\,\mathrm{A}$, je-li vzdálenost vodičů $1\,\mathrm{cm}$?

Příklad 3.28 Jaká je rychlost elektronů, jestliže současného vlivu elektrického pole o intenzitě $E = 34 \cdot 10^4\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$ a magnetického pole o indukci $B = 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}$ nenastává výchylka elektronů, přičemž obě pole jsou kolmé vzájemně i ke směru pohybu elektronů? Jaký bude poloměr dráhy elektronů, jestliže elektrické pole odstraníme?

Příklad 3.29 Vypočtěte velikost přitažlivé síly na délku $30\,\mathrm{cm}$ mezi dvěma dlouhými rovnoběžnými vodiči, jimiž prochází stejný proud $50\,\mathrm{A}$, je-li vzájemná vzdálenost vodičů $5\,\mathrm{cm}$?

Příklad 3.30 Při zasunutí jádra do solenoidu vzrostla magnetická indukce z hodnoty $B_1 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}$ na hodnotu $B_2 = 1{,}25\,\mathrm{T}$ při nezměněném proudu. Určete relativní permitivitu jádra.

Příklad 3.31 Určete magnetický indukční tok v železe o průřezu $S = 4\,\mathrm{cm}^2$, je-li intenzita magnetického pole $H = 8\,000\,\mathrm{A \cdot m^{-1}}$

Příklad 3.32 Dvěma dlouhými přímými mimoběžnými vodiči tečou proudy $12\,\mathrm{A}$ a $8\,\mathrm{A}$. První vodič prochází osou x kartézské souřadné soustavy, druhý je rovnoběžný s osou y, ale je od roviny xy posunut ve směru osy z o vzdálenost $50\,\mathrm{mm}$. Vypočtěte:

- magnetickou indukci pole buzeného vodičem V_1 v bodě P,
- magnetickou indukci výsledného pole v bodě P, jestliže bod P leží na ose z ve vzdálenosti $85\,\mathrm{mm}$ od počátku soustavy (ve vakuu).

Příklad 3.33 V rozvodu nízkého napětí jsou přímé sběrné vodiče upevněné vedle sebe rovnoběžně ve vzdálenosti $10\,\mathrm{cm}$. Při krátkém spojení prochází nimi zkratový proud $10^4\,\mathrm{A}$. Jakou silou se při zkratu přitahují dva sousední vodiče?

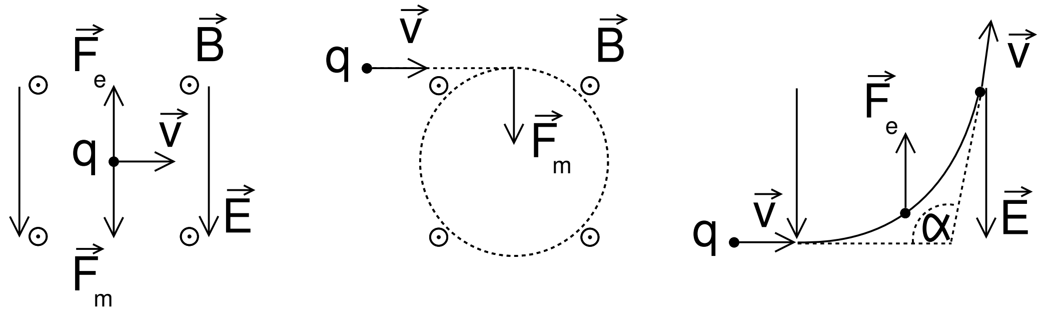
Příklad 3.34 V homogenním magnetickém poli je vložený přímý vodorovný vodič kolmý na indukční čáry. Délková měrná hmotnost vodiče je $10\,\mathrm{kg \cdot m^{-1}}$. Vodičem protéká proud $2\,\mathrm{A}$. Vypočtěte, jaká musí být indukce magnetického pole, aby vodič nepadal, ale vznášel se?

Příklad 3.35 Deuterium probíhá kruhovou dráhu o $R = 40\,\mathrm{cm}$ v magnetickém poli o indukci $B = 1{,}5\,\mathrm{Wb}\cdot\mathrm{m}^2$. Určete:

- rychlost deuteria,
- za jakou dobu vykoná polovinu oběhu,
- jakého napětí by bylo třeba k urychlení, aby získal tuto rychlost.

Příklad 3.36 Svazek elektronů urychlených napětím $U = 2\,000\,\mathrm{V}$ a pohybujících se ve směru osy x vstupuje do příčného elektrického pole o intenzitě $E = 3\cdot 10^4\,\mathrm{V\cdot m^{-1}}$ (vektor E má směr osy y) a současně do příčného magnetického pole o magnetické indukci B (vektor B má směr osy z). Určete:

- při jaké hodnotě magnetické indukce B nedojde k vychýlení svazku elektronů od původního směru,
- poloměr kružnice, po níž se budou elektrony pohybovat, odstraníme-li elektrické pole,
- o jaký úhel se svazek elektronů odchýlí od osy x v případě, že odstraníme magnetické pole a rozlehlost elektrického pole ve směru osy x je $l = 50\,\mathrm{mm}$ (délka vychylovacích destiček).



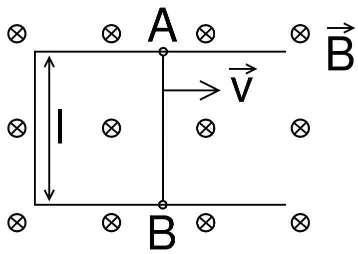
4. Nestacionární elektromagnetické pole

4.1. Řešené příklady

Příklad 4.1 Kovová tyč AB délky $l = 0{,}5\,\mathrm{m}$ se vodivě dotýká dvou rovnoběžných drátů, které jsou na jednom konci spojeny. Homogenní magnetické pole o magnetické indukci $B = 0{,}5\,\mathrm{T}$ je kolmé k rovině drátů.

- vypočtěte velikost indukovaného napětí v tyči AB, pohybuje-li se tyč rychlostí $v = 4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$,
- určete, jak velká vnější síla udrží tyč v pohybu, je-li v daném okamžiku odpor celého obvodu $R = 0{,}2\,\Omega$,
- porovnejte výkon vnější síly s výkonem elektrického proudu v obvodu.

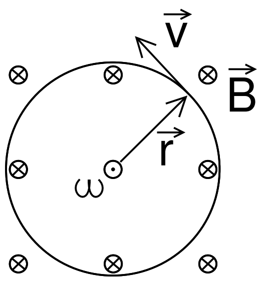
Tření ve všech případech zanedbejte.



Řešení

$B = 0{,}5\,\mathrm{T}$	$\mathrm{d}\Phi_m = B\mathrm{d}S = Blv\mathrm{d}t$
$v = 4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$	$U_\mathrm{i} = \frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = Blv = 0{,}5\cdot 0{,}5\cdot 4 = \underline{1\,\mathrm{V}}$
$l = 0{,}5\,\mathrm{m}$	$F_v = F_m = BIl = B\frac{U_\mathrm{i}}{R}l = 0{,}5\frac{1}{0{,}2}0{,}5 = \underline{\underline{1{,}25\,\mathrm{N}}}$
$R = 0{,}2\,\Omega$	$P_e = \frac{U_\mathrm{i}^2}{R} = \frac{1}{0{,}2} = \underline{\underline{5\,\mathrm{W}}}$
	$P_v = F_v v = 1{,}25\cdot 4 = \underline{\underline{5\,\mathrm{W}}}$

Příklad 4.2 Kovový kotouč o poloměru R rotuje s frekvencí f v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci B, která je kolmá k rovině kotouče. Jaké bude indukované napětí mezi středem a okrajem kotouče?



Řešení

B	$\mathrm{d}U_\mathrm{i} = Bv\mathrm{d}r = B\omega r\mathrm{d}r = B2\pi f\omega r\mathrm{d}r$
R	$U_\mathrm{i} = \int \mathrm{d}U_\mathrm{i} = B\omega\int_0^R r\mathrm{d}r = \frac{1}{2}B\omega R^2$
f	

Příklad 4.3 Na železné obruči čtvercového průřezu s vnějším poloměrem r_1 a vnitřním poloměrem r_2 je hustě navinutá jednovrstvá toroidní cívka o N závitech. Předpokládejme, že μ_r železa je konstantní a že $r_1 - r_2 \ll r_2$.

- Vypočtěte vlastní indukčnost L toroidní cívky za předpokladu, že magnetická indukce B má v celém průřezu jádra konstantní hodnotu.
- Vypočtěte vlastní indukčnost L toroidní cívky v případě, že velikost magnetické indukce B se bude měnit se vzdáleností od středu toroidní cívky.

(Návod: Pro výpočet B v jádře cívky využijte Ampérova zákona celkového proudu)

Řešení

μ_r $\quad \mu_0\mu_r NI = \oint_l \vec{B}\mathrm{d}\vec{l} = B\oint_l \mathrm{d}l$

N $\quad$ délka střední indukční čáry $l = 2\pi\frac{r_1+r_2}{2} = \pi(r_1+r_2)$

r_1, r_2 $\quad B = \frac{\mu_0\mu_r}{\pi}\frac{NI}{r_1+r_2}$

plocha průřezu jádra $S = (r_1-r_2)^2$

$\Phi_{m1} = BS = \frac{\mu_0\mu_r}{\pi}\frac{NI}{r_1+r_2}(r_1-r_2)^2$

$\Phi_m = \frac{\mu_0\mu_r}{\pi}N^2 I\frac{(r_1-r_2)^2}{(r_1+r_2)} = LI$

$\underline{\underline{L = \frac{\mu_0\mu_r}{\pi}N^2\frac{(r_1-r_2)^2}{r_1+r_2}}}$

$\mu_0\mu_r NI = 2\pi r B$

$B = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi}\frac{NI}{r}$

$\Phi_{m1} = \int_S \vec{B}\mathrm{d}\vec{S} = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi}NI(r_1-r_2)\int_{r_1}^{r_2}\frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi}NI(r_1-r_2)\ln\frac{r_1}{r_2}$

$\Phi_m = N\Phi_{m1} = LI$

$\underline{\underline{L = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi}N^2(r_1-r_2)\ln\frac{r_1}{r_2}}}$

Příklad 4.4 Velmi krátká kruhová cívka o 50 závitech má průřez $4\,\mathrm{cm}^2$ a je umístěna ve středu velmi krátké kruhové cívky s poloměrem 20 cm a se 100 závity. Osy obou cívek splývají. Určete:

- jaká je vzájemná indukčnost cívek,
- jaká bude hodnota indukovaného napětí v první cívce, jestliže proud v druhé cívce klesne rovnoměrně za 2 s o 10 A.

Řešení

$N_1 = 50$	$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{a}$
$N_2 = 100$	$B_2 = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{r_2}N_2$
$S_1 = 4\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$	$\Phi_{m1} = B_2 S_1 N_1 = \frac{\mu_0}{2}\frac{N_1N_2}{r_2}S_1 I = MI$
$r_2 = 0{,}2\,\mathrm{m}$	$M = \frac{\mu_0}{2}\frac{N_1N_2}{r_2}S_1 = \frac{4\pi 10^{-7}}{2}\frac{50\cdot 100}{0{,}2}4\cdot 10^{-4} = \underline{\underline{6{,}28\,\mu\mathrm{H}}}$
$\Delta I = 10\,\mathrm{A}$, $\Delta t = 2\,\mathrm{s}$	$U_i = M\frac{\Delta I}{\Delta t} = 6{,}28\cdot 10^{-6}\frac{10}{2} = \underline{\underline{3{,}14\cdot 10^{-5}\,\mathrm{V}}}$

Příklad 4.5 Délka střední kružnice toroidní cívky je $l = 50\,\mathrm{cm}$, počet závitů $N = 1\,000$ a příčný průřez $S = 4\,\mathrm{cm}^2$. Jádro cívky má relativní permeabilitu $\mu_r = 5\,000$. Vypočtěte:

- koeficient vlastní indukčnosti cívky,
- energii magnetického pole W_m, prochází-li vinutím cívky proud $I = 10\,\mathrm{A}$,
- napětí indukované v cívce, jestliže při vypnutí zdroje proud ve vinutí cívky klesne na nulovou hodnotu za dobu $t = 0{,}01\,\mathrm{s}$.

Řešení

$I = 10\,\mathrm{A}$	$B = \mu_0\mu_r\frac{NI}{l}$
$N = 1\,000$	$\Phi_m = BSN = \mu_0\mu_r\frac{N^2}{l}SI = LI$
$\mu_r = 5\,000$	$L = \mu_0\mu_r\frac{N^2}{l}S = 4\pi 10^{-7}5\,000\frac{1\,000^2}{0{,}5}4\cdot 10^{-4} = \underline{\underline{5{,}026\,\mathrm{H}}}$
$l = 0{,}5\,\mathrm{m}$	$W_m = \frac{1}{2}BHV = \frac{\mu_0\mu_r}{2}\frac{N^2I^2}{l}S = \frac{4\pi 10^{-7}5\cdot 10^3}{2}\frac{10^6 10^2}{0{,}5}4\cdot 10^{-4} = \underline{\underline{251{,}3\,\mathrm{J}}}$
$S = 4\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$	$U_i = L\frac{I}{\Delta t} = 5\frac{10}{0{,}01} = \underline{\underline{5\,000\,\mathrm{V}}}$
$\Delta t = 0{,}01\,\mathrm{s}$	

Příklad 4.6 Cívka má odpor vinutí $R_L = 1\,\Omega$ a indukčnost $L = 1\,\mathrm{H}$. Určete:

- časovou konstantu obvodu,
- proud v obvodu v čase $t = 1\,\mathrm{s}$ od připojení obvodu ke zdroji $U_e = 10\,\mathrm{V}$,
- ustálenou hodnotu proudu v obvodu,

- napětí, indukované v cívce, jestliže po odpojení zdroje klesne proud z ustálené hodnoty na nulu za dobu $\Delta t = 0{,}01\,\mathrm{s}$.

Řešení

$L = 1\,\mathrm{H}$	$\tau = \frac{L}{R_L} = \frac{1}{1} = \underline{\underline{1\,\mathrm{s}}}$
$R_L = 1\,\Omega$	$I = I_0\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) = \frac{U_e}{R_L}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) = \frac{10}{1}\left(1 - \exp\left(-1\right)\right) = \underline{\underline{6{,}32\,\mathrm{A}}}$
$U_e = 10\,\mathrm{V}$	$I_0 = \frac{U_e}{R_L} = \frac{10}{1} = \underline{\underline{10\,\mathrm{A}}}$
$t = 1\,\mathrm{s}$	$U_i = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -1\frac{10}{0{,}01} = \underline{\underline{1\,000\,\mathrm{V}}}$
$\Delta t = 0{,}01\,\mathrm{s}$	

Příklad 4.7 Kondenzátor o kapacitě $C = 10\,\mu\mathrm{F}$ je připojen přes odpor $R = 1\,\mathrm{M\Omega}$ ke zdroji elektromotorického napětí $U_e = 100\,\mathrm{V}$. Vypočtěte:

- časovou konstantu obvodu,
- nabíjecí proudy v časech $t_1 = 0\,\mathrm{s}$, $t_2 = 5\,\mathrm{s}$, $t_3 = 20\,\mathrm{s}$, $t_4 = 30\,\mathrm{s}$ od připojení obvodu ke zdroji napětí,
- napětí na kondenzátoru v časech t_1 až t_4,
- vybíjecí proud kondenzátoru přes odpor $R = 1\,\mathrm{M\Omega}$ v časech t_1 až t_4 od odpojení zdroje poté, co byl nabit na napětí 100 V,
- určete napětí U_C na kondenzátoru v časech t_1 až t_4.

Řešení

$C = 10^{-5}\,\mathrm{F}$	$\tau = RC = 10^6 10^{-5} = \underline{\underline{10\,\mathrm{s}}}$	
$R = 10^6\,\Omega$	$I_n = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = \frac{U_e}{R}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$	
$U_e = 100\,\mathrm{V}$	$I_{n1} = \frac{100}{10^6}\exp\left(0\right) = \underline{\underline{10^{-4}\,\mathrm{A}}}$	$I_{n2} = \frac{100}{10^6}\exp\left(-\frac{5}{10}\right) = \underline{\underline{6\cdot 10^{-5}\,\mathrm{A}}}$
	$I_{n3} = \frac{100}{10^6}\exp\left(-\frac{20}{10}\right) = \underline{\underline{10^{-5}\,\mathrm{A}}}$	$I_{n4} = \frac{100}{10^6}\exp\left(-\frac{30}{10}\right) = \underline{\underline{5\cdot 10^{-6}\,\mathrm{A}}}$
	$U_n = U_e\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$	
	$U_{n1} = 100\left(1 - \exp\left(0\right)\right) = \underline{\underline{0\,\mathrm{V}}}$	$U_{n2} = 100\left(1 - \exp\left(-\frac{5}{10}\right)\right) = \underline{\underline{39\,\mathrm{V}}}$
	$U_{n3} = 100\left(1 - \exp\left(-\frac{20}{10}\right)\right) = \underline{\underline{86{,}5\,\mathrm{V}}}$	$U_{n4} = 100\left(1 - \exp\left(-\frac{30}{10}\right)\right) = \underline{\underline{95{,}0\,\mathrm{V}}}$
	$I_v = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = \frac{U_e}{R}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$	
	$I_{v1} = \frac{100}{10^6}\exp\left(0\right) = \underline{\underline{10^{-5}\,\mathrm{A}}}$	$I_{v2} = \frac{100}{10^6}\exp\left(-\frac{5}{10}\right) = \underline{\underline{6\cdot 10^{-5}\,\mathrm{A}}}$
	$I_{v3} = \frac{100}{10^6}\exp\left(-\frac{20}{10}\right) = \underline{\underline{1\cdot 10^{-5}\,\mathrm{A}}}$	$I_{v4} = \frac{100}{10^6}\exp\left(-\frac{30}{10}\right) = \underline{\underline{5\cdot 10^{-6}\,\mathrm{A}}}$
	$U_v = U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = U_e \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$	
	$U_{v1} = 100\exp\left(0\right) = \underline{\underline{100\,\mathrm{V}}}$	$U_{v2} = 100 - \exp\left(\frac{5}{10}\right) = \underline{\underline{60{,}6\,\mathrm{V}}}$
	$U_{v3} = 100\exp\left(\frac{20}{10}\right) = \underline{\underline{13{,}5\,\mathrm{V}}}$	$U_{v4} = 100\exp\left(\frac{30}{10}\right) = \underline{\underline{5{,}0\,\mathrm{V}}}$

Příklad 4.8 Rámeček o stranách $a = 10\,\mathrm{cm}$, $b = 20\,\mathrm{cm}$ ovinutý $N = 100$ závity drátu se otáčí v homogenním magnetickém poli o indukci $B = 0{,}5\,\mathrm{T}$ kolem osy rovnoběžně se stranou b jdoucí středem strany a. Přitom koná 50 $\frac{\mathrm{ot}}{\mathrm{s}}$. Jaká je amplituda napětí indukovaného v závitu?

Řešení

$N = 100$	$\Phi_m = NBS\cos\left(\omega t\right)$
$S = 0{,}02\,\mathrm{m}^2$	$U_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = NBS\omega\sin\left(\omega t\right)$
$B = 0{,}5\,\mathrm{T}$	$U_m = NBS\omega = NBS2\pi f = 100\cdot 0{,}5\cdot 0{,}02\cdot 2\pi 50 = \underline{\underline{314\,\mathrm{V}}}$
$f = 50\,\mathrm{Hz}$	

Příklad 4.9 Ke zdroji stejnosměrného napětí $U_{ef} = 220\,\mathrm{V}$ frekvence $f = 50\,\mathrm{Hz}$ je připojeno elektrické zařízení, které má činný příkon $P = 500\,\mathrm{W}$. Zařízení se skládá z činného odporu R a indukčnosti L. Ampérmetrem naměříme proud $I_{ef} = 2{,}5\,\mathrm{A}$. Jaká je hodnota R a L?

Řešení

$$\begin{array}{ll}
U_{ef} = 220\,\mathrm{V} & P = UI\cos\varphi \\
f = 50\,\mathrm{Hz} & \varphi = \arccos\frac{P}{UI} = \arccos\frac{500}{220\cdot 2{,}5} = 24{,}6^\circ \\
P = 500\,\mathrm{W} & U_R = U\cos\varphi \\
I_{ef} = 2{,}5\,\mathrm{A} & U_L = U\sin\varphi \\
 & R = \frac{U_R}{I} = \frac{U\cos\varphi}{I} = \frac{220\cos 24{,}6^\circ}{2{,}5} = \underline{\underline{80\,\Omega}} \\
 & L\omega = \frac{U_L}{I} \\
 & L = \frac{U_L}{\omega I} = \frac{U\sin\varphi}{2\pi f I} = \frac{220\sin 24{,}6^\circ}{2\pi 50\cdot 2{,}5} = \underline{\underline{0{,}117\,\mathrm{H}}}
\end{array}$$

Příklad 4.10 V cívce s odporem vinutí $R_L = 10\,\Omega$ vznikne při frekvenci připojeného napětí $f = 50\,\mathrm{Hz}$ fázový posun $\varphi = 60^\circ$. Jaká je indukčnost cívky?

Řešení

$$\begin{array}{ll}
R_L = 10\,\Omega & \tan\varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{\omega L I}{R_L I} = \frac{\omega L}{R_L} \\
f = 50\,\mathrm{Hz} & L = \frac{R_L}{\omega}\tan\varphi = \frac{10}{2\pi 50}\tan 60^\circ = \underline{\underline{0{,}055\,\mathrm{H}}} \\
\varphi = 60^\circ &
\end{array}$$

Příklad 4.11 Vypočítejte ztráty výkonu na elektrickém vedení z elektrárny ke spotřebiči za těchto podmínek:

- přenášený výkon $P = 100\,\mathrm{kW}$, napětí na svorkách zdroje $U = 22\,\mathrm{kV}$, odpor vedení $R_v = 10\,\Omega$, fázový posun napětí vzhledem k proudu $\varphi = 30^\circ$,
- jaké by byly ztráty výkonu, bude-li napětí $U = 220\,\mathrm{V}$ a ostatní podmínky zůstanou stejné.

Řešení

$$\begin{array}{ll}
P = 10^5\,\mathrm{W} & P = UI\cos\varphi \\
U = 2{,}2\cdot 10^4\,\mathrm{V} & I = \frac{P}{U\cos\varphi} \\
R_v = 10\,\Omega & P_v = R_v I^2 = R_v\frac{P^2}{U^2\cos^2\varphi} = 10\frac{10^{10}}{2{,}2^2\cdot 10^8\cos^2 30^\circ} = \underline{\underline{275{,}5\,\mathrm{W}}} \\
\varphi = 30^\circ & P'_v = R_v I'^2 = R_v\frac{P^2}{U'^2\cos^2\varphi} = 10\frac{10^{10}}{220^2\cos^2 30^\circ} = \underline{\underline{2{,}75\,\mathrm{MW}}} \\
U' = 220\,\mathrm{V} &
\end{array}$$

Příklad 4.12 Jaký proud bude procházet kondenzátorem o kapacitě $C = 20\,\mu\mathrm{F}$ a odporu $R = 150\,\Omega$, které jsou zapojené do série a připojeny ke zdroji napětí $U_{ef} = 110\,\mathrm{V}$? Jaké napětí bude na kondenzátoru a na odporu při frekvenci $f = 50\,\mathrm{Hz}$?

Řešení

$$\begin{array}{ll}
U_{ef} = 110\,\mathrm{V} & Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{150^2 + \left(\frac{1}{2\pi 502\cdot 10^{-5}}\right)^2} = 219\,\Omega \\
f = 50\,\mathrm{Hz} & I_{ef} = \frac{U_{ef}}{Z} = \frac{110}{219} = \underline{\underline{0{,}5\,\mathrm{A}}} \\
R = 150\,\Omega & U_R = RI_{ef} = 150\cdot 0{,}5 = \underline{\underline{75\,\mathrm{V}}} \\
C = 2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{F} & U_C = \frac{I}{\omega C} = \frac{0{,}5}{2\pi 50\cdot 2\cdot 10^{-5}} = \underline{\underline{79{,}6\,\mathrm{V}}}
\end{array}$$

Příklad 4.13 Cívkou a kondenzátorem o kapacitě $C = 10\,\mu\mathrm{F}$, které jsou zapojeny do série, prochází proud $I = 1\,\mathrm{A}$ při $f = 50\,\mathrm{Hz}$. Odpor cívky je $R_L = 120\,\Omega$, napětí zdroje je $U = 120\,\mathrm{V}$. Jaký je koeficient vlastní indukčnosti cívky?

Řešení

$$\begin{array}{ll}
U = 120\,\mathrm{V} & Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R_L^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\
I = 1\,\mathrm{A} & L = \frac{1}{\omega}\left(\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R_L^2} + \frac{1}{\omega C}\right) = \frac{1}{2\pi 50}\left(\sqrt{\frac{120^2}{1^2} - 120^2} + \frac{1}{2\pi 50\cdot 10^{-5}}\right) = \underline{\underline{1{,}01\,\mathrm{H}}} \\
f = 50\,\mathrm{Hz} & \\
R_L = 120\,\Omega & \\
C = 10^{-5}\,\mathrm{F} &
\end{array}$$

Příklad 4.14 Ke zdroji střídavého napětí $U = 120\,\mathrm{V}$, $f = 50\,\mathrm{Hz}$ je připojen kondenzátor o kapacitě $C = 20\,\mu\mathrm{F}$ a cívka o indukčnosti $L = 0{,}5\,\mathrm{H}$ a odporu vinutí $R_L = 100\,\Omega$. Kondenzátor a cívka jsou zapojeny paralelně. Vypočítejte proud kondenzátorem, proud cívkou a celkový proud.

Řešení

$$
\begin{array}{ll}
U = 120\,\mathrm{V} & Z_L = \sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{100^2 + (2\pi 50 \cdot 0{,}5)^2} = 186\,\Omega \\
f = 50\,\mathrm{Hz} & Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 2 \cdot 10^{-5}} = 159\,\Omega \\
L = 0{,}5\,\mathrm{H} & Z = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = \frac{186 \cdot 159}{186+159} = 85{,}7\,\Omega \\
R_L = 100\,\Omega & I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{85{,}7} = \underline{\underline{1{,}4\,\mathrm{A}}} \\
C = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{F} & I_L = \frac{Z_C}{Z_L + Z_C} I = \frac{159}{186+159} 1{,}4 = \underline{\underline{0{,}65\,\mathrm{A}}} \\
 & I_C = \frac{Z_L}{Z_L + Z_C} I = \frac{186}{186+159} 1{,}4 = \underline{\underline{0{,}54\,\mathrm{A}}}
\end{array}
$$

Příklad 4.15 Spotřebič, jenž představuje RL zátěž, má příkon $P = 3\,\mathrm{kW}$ a účiník $\cos\varphi = 0{,}6$ a je připojený na elektrickou síť s napětím $U = 220\,\mathrm{V}$ o frekvenci $f = 50\,\mathrm{Hz}$. Jak velký kondenzátor je třeba připojit paralelně ke spotřebiči, aby $\cos\varphi_2 = 1$?

Řešení

$$
\begin{array}{ll}
P = 3 \cdot 10^3\,\mathrm{W} & P = U I_1 \cos\varphi_1 \\
\cos\varphi_1 = 0{,}6 & I_1 = \frac{P}{U\cos\varphi_1} \\
U = 220\,\mathrm{V} & I_C = I_1 \sin\varphi_2 = \frac{P}{U\cos\varphi_1} \sin\varphi_2 \\
f = 50\,\mathrm{Hz} & I_C = \frac{U}{Z_C} = U\omega C \\
 & C = \frac{I_C}{U\omega} = \frac{1}{U\omega}\frac{P}{U\cos\varphi_1} \sin\varphi_2 = \frac{1}{220 \cdot 2\pi 50}\frac{3 \cdot 10^3}{220 \cdot 0{,}6} 1 = \underline{\underline{329\,\mu\mathrm{F}}}
\end{array}
$$

Příklad 4.16 Sériový obvod složený z kondenzátoru o kapacitě $C = 8\,\mu\mathrm{F}$, indukčnosti $L = 2\,\mathrm{H}$ a rezistoru o odporu $R = 30\,\Omega$ je připojený ke zdroji o napětí $U = 100\,\mathrm{V}$ a frekvenci $f = 50\,\mathrm{Hz}$. Stanovte impedanci obvodu, proud obvodem, napětí na kondenzátoru, indukčnosti a rezistoru a účiník $\cos\varphi$.

Řešení

$$
\begin{array}{ll}
U = 100\,\mathrm{V} & Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{30^2 + \left(2\pi 50 \cdot 2 - \frac{1}{2\pi 50 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = \underline{\underline{232{,}38\,\Omega}} \\
f = 50\,\mathrm{Hz} & I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{232{,}38} = \underline{\underline{0{,}43\,\mathrm{A}}} \\
R = 30\,\Omega & U_R = \frac{R}{Z} U = \frac{30}{232{,}38} 100 = \underline{\underline{12{,}9\,\mathrm{V}}} \\
L = 2\,\mathrm{H} & U_L = \frac{Z_L}{Z} U = \frac{\omega L}{Z} U = \frac{2\pi 50 \cdot 2}{232{,}38} 100 = \underline{\underline{270{,}4\,\mathrm{V}}} \\
C = 8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F} & U_C = \frac{Z_C}{Z} U = \frac{\frac{1}{\omega C}}{Z} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 8 \cdot 10^{-6} 232{,}38} 100 = \underline{\underline{171{,}2\,\mathrm{V}}} \\
 & \cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{232{,}38} = \underline{\underline{0{,}13}}
\end{array}
$$

Příklad 4.17 Sériový obvod RLC se skládá z $R_L = 40\,\Omega$, $L = 1\,\mathrm{H}$, $C = 0{,}5\,\mu\mathrm{F}$. Vypočtěte:

- rezonanční frekvenci obvodu,
- proud v obvodu při rezonanci, je-li napájen napětím $U = 100\,\mathrm{V}$,
- napětí na kondenzátoru a cívce při rezonanci.

Řešení

$$
\begin{array}{ll}
U = 100\,\mathrm{V} & f_\mathrm{r} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{5 \cdot 10^{-7}}} = \underline{\underline{225\,\mathrm{Hz}}} \\
R_L = 40\,\Omega & I_\mathrm{r} = \frac{U}{R_L} = \frac{100}{40} = \underline{\underline{2{,}5\,\mathrm{A}}} \\
L = 1\,\mathrm{H} & U_L = Z_L I = \sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2} I = \sqrt{40^2 + (2\pi 225)^2} 2{,}5 = \underline{\underline{3{,}5\,\mathrm{kV}}} \\
C = 5 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{F} & U_C = Z_C I = \frac{I}{\omega C} = \frac{2{,}5}{2\pi 225 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = \underline{\underline{3{,}5\,\mathrm{kV}}}
\end{array}
$$

Příklad 4.18 K cívce o indukčnosti $L = 0{,}1\,\mathrm{H}$ a odporu vinutí $R_L = 20\,\Omega$ je paralelně připojen kondenzátor o kapacitě $C = 1\,\mu\mathrm{F}$. Určete:

- rezonanční frekvenci obvodu,

- impedanci obvodu při rezonanci,
- proud cívkou a kondenzátorem, je-li obvod napájen napětím $U = 100\,\mathrm{V}$.

Řešení

$U = 100\,\mathrm{V}$ $\quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}1 \cdot 10^{-6}}} = \underline{503\,\mathrm{Hz}}$

$R_L = 20\,\Omega$ $\quad Z_L = \sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{20^2 + (2\pi 503 \cdot 0{,}1)^2} = 316\,\Omega$

$L = 0{,}1\,\mathrm{H}$ $\quad Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi 503 \cdot 10^{-6}} = 316\,\Omega$

$C = 10^{-6}\,\mathrm{F}$ $\quad Z = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = \underline{158\,\Omega}$

$I_L = \frac{U}{Z_L} = \frac{100}{316} = \underline{\underline{0{,}32\,\mathrm{A}}}$

$I_C = \frac{U}{Z_C} = \frac{100}{316} = \underline{\underline{0{,}32\,\mathrm{A}}}$

Příklad 4.19 K rezistoru $R = 1\,000\,\Omega$ je paralelně připojen kondenzátor o kapacitě $C_1 = 5\,\mu\mathrm{F}$ a do série s touto paralelní kombinací je zapojen kondenzátor $C_2 = 2\,\mu\mathrm{F}$. Určete komplexní impedanci obvodu, je-li napájen střídavým napětím s frekvencí 50 Hz.

Řešení

$R = 10^3\,\Omega$ $\quad \hat{Z}_R = R = 10^3\,\Omega$

$C_1 = 5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F}$ $\quad \hat{Z}_{C1} = -\frac{1}{\omega C_1}\mathrm{j} = -\frac{1}{2\pi 50 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}\mathrm{j} = -636{,}6\mathrm{j}\,\Omega$

$C_2 = 2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F}$ $\quad \hat{Z}' = \frac{\hat{Z}_R \hat{Z}_{C1}}{\hat{Z}_R + \hat{Z}_{C1}} = \frac{-636{,}6 \cdot 10^3\mathrm{j}}{10^3 - 636{,}6\mathrm{j}} = \frac{636{,}6 \cdot 10^3}{636{,}6 + 10^3\mathrm{j}} = (4{,}0 - 63{,}4\mathrm{j})\ \Omega$

$\hat{Z}_{C2} = -\frac{1}{\omega C_2}\mathrm{j} = -\frac{1}{2\pi 50 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}\mathrm{j} = -1591{,}5\mathrm{j}\,\Omega$

$\hat{Z} = \hat{Z}' + \hat{Z}_{C2} = 4{,}0 - 63{,}4\mathrm{j} - 1591{,}5\mathrm{j} = \underline{\underline{(4{,}0 - 1654{,}9\mathrm{j})\ \Omega}}$

Příklad 4.20 Vypočtěte délky elektromagnetické vlny příslušející vlastním kmitům v paralelním LC obvodu v těchto případech:

- indukce cívky $L = 1\,\mathrm{mH}$, kapacita kondenzátoru $C = 3 \cdot 10^{-2}\,\mu\mathrm{F}$ a odpor vinutí cívky je zanedbatelně malý,
- stanovte totéž v případě, že $L = 2\,\mu\mathrm{H}$ a $C = 50\,\mathrm{pF}$.

Řešení

$L_1 = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{H}$ $\quad f_{r1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-8}}} = 2{,}91 \cdot 10^4\,\mathrm{Hz}$

$C_1 = 3 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{F}$ $\quad \lambda_1 = \frac{c}{f_{r1}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2{,}91 \cdot 10^4} = \underline{\underline{1{,}03 \cdot 10^4\,\mathrm{m}}}$

$L_2 = 2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{H}$ $\quad f_{r2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-11}}} = 1{,}59 \cdot 10^7\,\mathrm{Hz}$

$C_2 = 5 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{F}$ $\quad \lambda_2 = \frac{c}{f_{r2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}59 \cdot 10^7} = \underline{\underline{18{,}9\,\mathrm{m}}}$

4.2. Neřešené příklady

Indukčnost

Příklad 4.21 Vodič ve tvaru kruhového závitu o poloměru $r = 10\,\mathrm{cm}$ je v homogenním magnetickém poli o indukci $B = 1\,\mathrm{T}$ a jeho rovina je kolmá k vektoru magnetické indukce. Jaké indukované napětí vznikne ve vodiči, jestliže magnetické pole rovnoměrně vymizí za dobu $t = 0{,}5\,\mathrm{s}$?

Příklad 4.22 Závit o plošném obsahu $S = 500\,\mathrm{cm}^2$ se otáčí v homogenním magnetickém poli o indukci $B = 0{,}8\,\mathrm{T}$ s frekvencí $f = 50\,\mathrm{Hz}$. Osa otáčení je kolmá k B a leží v rovině závitu. Určete maximální hodnotu indukovaného elektromotorického napětí v závitu.

Příklad 4.23 Vypočtěte U_e, které se indukuje v cívce s indukčností $L = 0{,}6\,\mathrm{H}$, jestliže v ní proud roste rovnoměrně tak, že se za $\Delta t = 1\,\mathrm{s}$ zvýší o $\Delta I = 1\,\mathrm{A}$.

Příklad 4.24 Dva obvody mají vzájemnou indukčnost $M = 1{,}8\,\mathrm{H}$. Jak velké napětí se indukuje v jednom z obvodů, jestliže proud ve druhém obvodu klesne z hodnoty $I = 35\,\mathrm{A}$ na nulu během doby $t = 0{,}7\,\mathrm{s}$?

Příklad 4.25 Určete indukčnost cívky, která má průřez $S = 1{,}25 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$, délku $l = 0{,}08\,\mathrm{m}$ a počet závitů $N = 400$, je-li relativní permeabilita jádra $\mu_\mathrm{r} = 4\,000$.

Příklad 4.26 Cívka s 500 závity má délku 20 cm a průřez $4\,\mathrm{cm}^2$. Indukčnost cívky s jádrem je 0,8 H. Určete μ_r jádra.

Příklad 4.27 Kolik závitů má cívka délky 0,2 m s průřezem $10\,\mathrm{cm}^2$, jestliže se v ní rovnoměrnou změnou proudu o 10 A za 1 s indukuje napětí 0,014 V a cívka je bez jádra?

Příklad 4.28 Vypočtěte energii magnetického pole cívky, jejíž indukčnost $L = 60\,\mathrm{mH}$, prochází-li cívkou proud $I = 0{,}5\,\mathrm{A}$.

Příklad 4.29 Jaký proud prochází tlumivkou o indukčnosti $L = 4\,\mathrm{H}$, má-li magnetické pole energii $E_\mathrm{m} = 50\,\mathrm{J}$?

Příklad 4.30 Cívka má odpor $1\,\Omega$ a indukčnost 0,1 H. Určete časovou konstantu cívky a vypočtěte okamžitou hodnotu proudu v čase $t = 0{,}5\,\mathrm{s}$ po odpojení cívky od napětí $U_\mathrm{e} = 10\,\mathrm{V}$.

Příklad 4.31 Prstencové jádro o středním poloměru 0,1 m, průřezu $5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$ a relativní permeabilitě $\mu_\mathrm{r} = 800$ je ovinuto 1 500 závity, jejichž odpor je $2\,\Omega$. Určete časovou konstantu obvodu.

Příklad 4.32 Rovinný kondenzátor s parafínovým papírem jako dielektrikem ztratil z původního náboje Q_0 za dobu $t = 10\,\mathrm{s}$ náboj $Q = 0{,}1 Q_0$. Za předpokladu, že ztráty nastaly vedením v papíru, vypočtěte měrný odpor parafínu.

Příklad 4.33 Kruhová cívka C_1 o 50 závitech jemného drátu má průřez $S_1 = 4\,\mathrm{cm}^2$ a je umístěna ve středu kruhové cívky C_2 o délce 20 cm, mající 100 závitů. Osy obou cívek splývají. Určete:

- jaká je vzájemná indukčnost cívek,
- jaké je indukované elektromotorické napětí v cívce C_1, když proud v cívce C_2 klesne o 40 A za 1 s.

Příklad 4.34 Přímá tyč o délce 20 cm se otáčí kolem jednoho svého konce v rovině kolmé k indukčním čarám homogenního magnetického pole o indukci 1 T. Jak velké je indukované napětí mezi oběma konci tyče, otočí-li se 10krát za sekundu?

Příklad 4.35 Obdélníkový vodič se otáčí 1200krát za minutu ve stejnorodém magnetickém poli o indukci $B = 0{,}5\,\mathrm{T}$. Indukční čáry jsou kolmé k ose otáčení. Konce vodiče jsou připojeny ke dvěma sběrným kroužkům. Určete napětí na kroužcích a jeho maximum, je-li $a = 60\,\mathrm{cm}$, $b = 30\,\mathrm{cm}$.

Příklad 4.36 Prstenec z lité oceli má střední průměr 150 mm a průřez $20 \times 20\,\mathrm{mm}^2$. V jednom místě je proříznut mezerou 1 mm širokou. Jak velký proud musí procházet 1 000 závity, jimiž je prstenec ovinut, má-li se v něm vzbudit indukční tok $540\,\mu\mathrm{Wb}$?

Příklad 4.37 Podkovový elektromagnet o délce 1 m s jádrem z měkké oceli, jehož magnetické vlastnosti jsou dány ($\mu_\mathrm{r} = 1\,250$), má průřez $20\,\mathrm{cm}^2$ a 200 závitů drátu, jímž prochází proud 5 A. Určete magnetickou energii v jádře.

Příklad 4.38 Kovová tyč se pohybuje stálou rychlostí $v = 2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ rovnoměrně s dlouhým přímým drátem, jímž prochází proud $I = 40\,\mathrm{A}$. Vypočtěte indukované elektromotorické napětí v tyči. Který konec tyče je na vyšším potenciálu?

Příklad 4.39 Mezi póly elektromagnetu je homogenní magnetické pole o indukci $B = 0{,}5\,\mathrm{T}$. Jaké napětí se indukuje ve vodiči délky $l = 0{,}1\,\mathrm{m}$, který je kolmý k vektoru magnetické indukce a pohybuje se rychlostí $v = 1\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ ve směru kolmém k B i ke své délce?

Příklad 4.40 Vodivá tyč je v homogenním magnetickém poli o indukci $B = 0{,}5\,\mathrm{T}$. Určete velikost indukovaného elektromotorického napětí v tyči, pohybuje-li se rychlostí $v = 4\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Určete proud procházející obvodem, je-li odpor obvodu $R = 2\,\Omega$ a sílu, která působí na pohybující se tyč. Vzájemná vzdálenost drátů je $l = 0{,}5\mathrm{m}$.

Příklad 4.41 Ve kterých okamžicích je v kmitajícím obvodu energie elektrického pole kondenzátoru stejně velká jako energie magnetického pole cívky?

Střídavý proud

Příklad 4.42 Určete efektivní hodnotu harmonického střídavého proudu a napětí.

Příklad 4.43 Určete střední hodnotu harmonického střídavého proudu.

Příklad 4.44 Vypočtěte výkon střídavého proudu.

Příklad 4.45 Vypočtěte průběh proudu v obvodu s indukčností L napájeném harmonickým střídavým napětím.

Příklad 4.46 Vypočtěte průběh proudu v obvodu s kapacitou C napájeném harmonickým střídavým napětím.

Příklad 4.47 Jaká je indukčnost cívky se zanedbatelným odporem, jestliže po zapojení na střídavé napětí $110\,\mathrm{V}$ a $50\,\mathrm{Hz}$ propouští proud $10\,\mathrm{A}$?

Příklad 4.48 Jakou kapacitanci představuje kondenzátor o kapacitě $8\,\mu\mathrm{F}$ po připojení na střídavé napětí o frekvenci $50\,\mathrm{Hz}$?

Příklad 4.49 Při jakém napětí bude procházet cívkou, která má odpor $35\,\Omega$ a indukčnost $0{,}1\,\mathrm{H}$ proud $3\,\mathrm{A}$ při frekvenci $50\,\mathrm{Hz}$?

Příklad 4.50 Jaký proud protéká obvodem s $L = 4\,\mathrm{H}$, $C = 16\,\mu\mathrm{F}$, které jsou paralelně spojeny a připojeny na zdroj střídavého napětí s $U = 220\,\mathrm{V}$ a $f = 50\,\mathrm{Hz}$?

Příklad 4.51 Kondenzátor o kapacitě $C = 16\,\mu\mathrm{F}$ a rezistor o odporu $R = 200\,\Omega$ jsou zapojeny do série a připojeny ke zdroji střídavého napětí $U = 220\,\mathrm{V}$, $f = 50\,\mathrm{Hz}$. Určete impedanci obvodu, proud v obvodu, fázový posuv mezi proudem a napětím, napětí na kondenzátoru a na odporu.

Příklad 4.52 V obvodu střídavého proudu jsou zapojeny za sebou odpor $400\,\Omega$, cívka o indukčnosti $0{,}1\,\mathrm{H}$ a kondenzátor o kapacitě $0{,}5\,\mu\mathrm{F}$. Vypočtěte impedanci a fázový posuv v obvodu pro frekvenci 1 000 Hz.

Příklad 4.53 Sériový obvod složený z cívky s odporem $R = 0{,}2\,\Omega$, indukčností $L = 50\,\mu\mathrm{H}$ a z kondenzátoru o $C = 300\,\mathrm{pF}$ je připojen na střídavé napětí $U = 4\,\mathrm{V}$. Vypočtěte rezonanční frekvenci, rezonanční proud a napětí na indukčnosti a kapacitě při rezonanci.

Příklad 4.54 Odpor $R = 3\,\Omega$ a kondenzátor o kapacitanci $X_C = 5\,\Omega$ jsou spojeny paralelně a připojeny ke zdroji střídavého napětí $U = 10\,\mathrm{V}$, $f = 50\,\mathrm{Hz}$. Vypočtěte impedanci obvodu, proud jdoucí kondenzátorem a proud jdoucí odporem, celkový proud a fázový posuv mezi proudem a napětím.

Příklad 4.55 Na střídavé napětí $U = 100\,\mathrm{V}$, $f = 50\,\mathrm{Hz}$ jsou paralelně zapojeny odpor $R = 20\,\Omega$, cívka o induktanci $X_L = 25\,\Omega$ a kondenzátor o kapacitanci $X_C = 50\,\Omega$. Určete proud v obvodu, proud v jednotlivých větvích a fázový posuv mezi proudem a napětím.

Příklad 4.56 Na zdroj střídavého napětí je připojen otevřený kabel, který představuje válcový kondenzátor o velké kapacitě. Generátor představuje indukčnost L. Celý obvod má určitý odpor jako obvod RLC. Nechť je vrcholové napětí generátoru $6\,000\,\mathrm{V}$, celková indukčnost obvodu $L = \frac{2}{3}\,\mathrm{H}$, kapacita kabelu $C = 1{,}5\,\mu\mathrm{F}$, kmitočet proudu $f = 50\,\mathrm{Hz}$ a celkový odpor vedení $2\,\Omega$. Určete napětí při rezonanci.

Příklad 4.57 Ke zdroji střídavého napětí 220 V s frekvencí $f = 50\,\mathrm{Hz}$ je připojen kondenzátor s kapacitou 6 pF. Vypočítejte, jaký proud teče obvodem a jaký proud by procházel, kdyby se frekvence zvýšila desetinásobně.

Příklad 4.58 Jak velké je výsledné střídavé napětí v obvodu, v němž jsou zapojeny za sebou dva zdroje střídavého napětí $U_1 = 30\,\mathrm{V}$, $U_2 = 40\,\mathrm{V}$, jestliže U_1 předbíhá U_2 o fázový úhel 60°. Jak velká je hodnota napětí v okamžiku, když U_1 je maximální?

Příklad 4.59 Určete fázový posuv a velikost proudu, který dodává zdroj do dvou paralelních větví, mají-li jednotlivé proudy velikost $I_1 = 3\,\mathrm{A}$, $I_2 = 4\,\mathrm{A}$ a fázové posuvy $\varphi_1 = 30°$, $\varphi_2 = 60°$.

Příklad 4.60 Při otáčení závitu v homogenním magnetickém poli je amplituda střídavého napětí 100 V a perioda 0,02 s. Určete okamžitou hodnotu napětí v časech 0,005 s, 0,01 s, 0,015 s, 0,02 s.

Příklad 4.61 Maximální hodnota střídavého napětí je 300 V, frekvence je 50 Hz. Za jaký čas po nulové hodnotě dosáhne okamžitá hodnota napětí 30 V, respektive 150 V?

Příklad 4.62 V obvodu střídavého napětí 500 V, 50 Hz jsou zařazeny za sebou činný odpor 300 Ω, induktivní odpor 400 Ω a kapacitní odpor 500 Ω. Určete:

- indukčnost a kapacitu,
- impedanci,
- proud v obvodu,
- fázový posuv mezi proudem a napětím,
- jak velká musí být kapacita, aby nastala rezonance a jaký proud protéká obvodem v tomto případě.

Příklad 4.63 Solenoid o délce $l = 50\,\mathrm{cm}$, průřezu $S = 10\,\mathrm{cm}^2$ s počtem závitů $N = 3\,000$ a odporem $R = 20\,\Omega$ je zapojen na střídavé napětí 100 V. Vypočtěte hodnotu proudu, je-li frekvence 50 Hz, 250 Hz a 500 Hz.

Příklad 4.64 Jaký proud bude procházet kondenzátorem $C = 20\,\mu\mathrm{F}$ a odporem $R = 150\,\Omega$, které jsou spojeny za sebou, je-li na nich napětí $U_0 = 110\,\mathrm{V}$ při frekvenci 50 Hz? Jaké napětí bude na kondenzátoru a jaké na odporu?

Příklad 4.65 Na papírový válec dlouhý $l = 50\,\mathrm{cm}$ o průměru $d_2 = 6\,\mathrm{cm}$ je navinuto $N = 500$ závitů měděného drátu o průměru $d_1 = 0{,}05\,\mathrm{mm}$. Při jaké frekvenci f je impedance takové cívky 2krát větší než odpor samotného drátu?

Příklad 4.66 Primární cívka nezatíženého síťového trafa má N závitů a je připojena k síťovému napětí o efektivní hodnotě U a frekvenci f. Cívkou prochází magnetizační proud o efektivní hodnotě I. Jádro transformátoru složené z magneticky měkkých ocelových plechů má průřez S a délku střední indukční čáry l. Určete:

- indukčnost primární cívky trafa,
- amplitudu B_m kmitů magnetické indukce v jádře transformátoru,
- relativní permitivitu jádra.

($N = 900$, $U = 220\,\mathrm{V}$, $I = 115\,\mathrm{mA}$, $S = 10{,}5\,\mathrm{cm}^2$, $l = 41\,\mathrm{cm}$)

: Poděkování
Autor textu děkuje studentu Marku Nedvědovi za převod rukopisu do elektronické formy.