

Aplikovaná elektronika pro aplikovanou fyziku

Předkládaný text je určen k výuce studentů oboru Aplikovaná fyzika. Věnuje se primárně vlastnostem a aplikacím operačních zesilovačů, především s ohledem na použití při měření. Předpokládá se, že student má ponětí o existenci ideálního operačního zesilovače a o jeho základních vlastnostech.

Analogové zpracování měřených signálů v dnešní době převážně sleduje blokové schéma předzesílení – filtrace nežádoucích složek – zesílení – analogově-číslicový převod. Tomu je také uzpůsoben rozsah textu, jehož velká část je věnována zapojení lineárního zesilovače. Další aplikace (filtrace, generátory, apod.) jsou v textu jen krátce zmíněny.

Rozsah a výběr učiva vychází z předpokladu, že pro fyzika je důležité rozumět především principům těch obvodů, které přicházejí do styku s měřenými veličinami a u kterých může být fyzik, provádějící měření, donucen provádět drobné úpravy. Ostatní oblasti z teorie operačních zesilovačů jsou důležité především pro elektroinženýry. Jinak řečeno, po přečtení textu by fyzik měl být schopen pro svá měření navrhnout či si uzpůsobit vhodný jednoduchý zesilovač a další nutné přístroje (generátory, filtry, ...) buď použije komerční, nebo si je nechá navrhnout elektrotechniky.



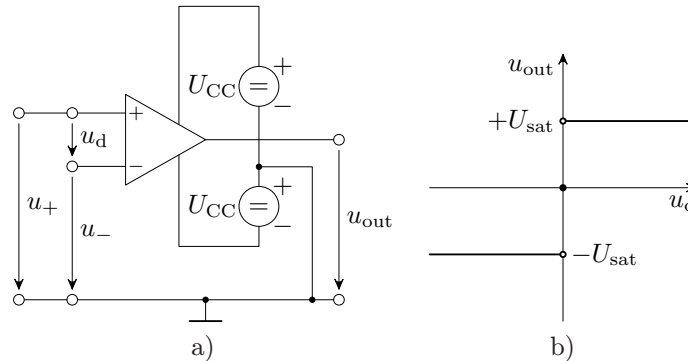
Obsah

1. Ideální operační zesilovač	3
1.1. Základní zapojení s ideálním operačním zesilovačem	4
2. Reálný operační zesilovač	18
2.1. Vlastnosti reálných OZ	18
2.2. Typy OZ	22
2.3. Šumy	23
2.4. Zásady pro práci a konstrukci obvodů s OZ	24
3. Operační síť	27
3.1. Zpětná vazba	27
3.2. Vliv zpětné vazby na vlastnosti zesilovače	28
3.3. Druhy zpětné vazby	29
3.4. Zapojení zpětné vazby	30
4. Aplikace analogových obvodů	38
4.1. Simulace v programu MultiSim	42
5. Literatura	43

1. Ideální operační zesilovač

S pojmem *operační zesilovač* (OZ) je čtenář seznámen z přednášek předmětu Elektronika. V těch se ovšem probíral jen koncept tzv. *ideálního operačního zesilovače*. Ideální operační zesilovač (schematicky zakreslený na obr. 1) má

1. dva vstupy, *invertující* „-“ a *neinvertující* „+“, na kterých bývá přiloženo napětí u_+ a u_- ;
2. jeden výstup s napětím u_{out} a
3. dva vstupy pro napájení ($+U_{CC}$, $-U_{CC}$).



Obrázek 1: Ideální operační zesilovač a jeho přenosová charakteristika.

Pro ideální operační zesilovač je charakteristické, že zesiluje **pouze** rozdílové (diferenční) napětí $u_d = u_+ - u_-$, a to s **nekonečným zesílením**, tj. $A = \frac{u_{out}}{u_d} \rightarrow \infty$. Nekonečné zesílení ovšem znamená, že výstupní napětí ideálního operačního zesilovače má jen tři hodnoty:

- 1) $+\infty$, je-li $u_d > 0$;
- 2) $-\infty$, je-li $u_d < 0$;
- 3) 0, je-li $u_d = 0$.

Protože se na výstupu reálné součástky nedá očekávat nekonečné napětí, modifikuje se koncept ideálního OZ tak, že místo nekonečných hodnot jsou na výstupu *saturační napětí* $\pm U_{sat}$. Přenosovou charakteristiku $u_{out} = u_{out}(u_d)$ ideálního OZ tvoří dva vodorovné úseky a nespojitost v nule.

Uvážíme-li rovnici $u_{out} = Au_d$ s nekonečným zesílením, existuje při konečném u_{out} jediná možnost, jak tuto rovnici ponechat v platnosti, a to sice $u_d = 0$. Je tedy možno tvrdit, že ideální OZ se bude snažit vynulovat rozdílové napětí, bude-li mít možnost. Nekonečné zesílení a nulové rozdílové napětí dále umožní, aby výstup zesilovače měl libovolnou hodnotu v intervalu $\langle -U_{sat}, +U_{sat} \rangle$.

Operační zesilovač bez zpětné vazby lze využít pouze k realizaci **komparátoru**, tj. zařízení, které porovnává dvě napětí, a jeho výstup informuje o tom, zda je jedno napětí větší, menší nebo stejné jako druhé. Matematicky to lze vyjádřit vztahem

$$u_{out_{komp}} = U_{sat} \text{sign}(u_+ - u_-). \quad (1)$$

Možnost vynulovat rozdílové napětí získá OZ tehdy, pokud na jeden ze vstupů přivedeme část výstupního napětí, tj. pokud zavedeme *zpětnou vazbu*. Podle toho, na který vstup je zpětná vazba zavedena, rozlišujeme *zápornou* (na invertující vstup) a *kladnou* (na neinvertující vstup) vazbu¹. V praxi zavedení vazby znamená, že OZ zapojíme do *operační sítě*, tvořené nejčastěji z rezistorů, kondenzátorů, diod a jiných prvků. Podle zapojení konkrétní operační sítě můžeme realizovat řadu funkcí, ovšem mezi vstupními napětími **operační sítě** (nikoliv vstupními napětími OZ) a mezi výstupem **operační sítě**², $u_{out} = f(u_{in1}, u_{in2}, \dots)$. Ideální OZ se svými vlastnostmi na konkrétním tvaru funkce f nepodílí – ve funkci f nevystupuje žádný parametr OZ. S nadsázkou lze říci, že se ideální OZ chová, jako by tam nebyl.

I když nekonečné zesílení je nejvýznamnějším parametrem ideálního OZ, je třeba uvažovat ještě několik dalších parametrů. Ideální OZ nesmí ovlivňovat zdroje napětí připojené na jeho vstup. Toho lze dosáhnout pouze tak, že vstupní proudy invertujícího i neinvertujícího vstupu budou nulové, tj. $i_+ = i_- = 0$. Tato podmínka je ekvivalentní tomu, že vstupní odpor každého vstupu je nekonečný. Výstupní napětí ideálního OZ nesmí záviset na velikosti odebíraného proudu, což znamená, že výstup OZ musí být ideální *tvrdý zdroj*, jehož výstupní (vnitřní) odpor je nulový, $R_{out} = 0$. Je samozřejmostí, že všechny uvedené parametry, včetně zesílení, ideálního OZ nezávisí na frekvenci signálu ani na jeho časovém průběhu, tedy ideální OZ je prvek bez setrvačnosti.

¹Lze využít i kladnou a zápornou vazbu současně, případně použít několikanásobnou zpětnou vazbu.

²Protože v běžných aplikacích je výstup operační sítě zároveň výstupem OZ, budeme používat jednotné označení u_{out} .

1.1. Základní zapojení s ideálním operačním zesilovačem

V následujícím textu uvedeme několik základních zapojení, k jejichž řešení budeme používat koncept ideálního operačního zesilovače. Tento přehled nám umožní získat představu o způsobech, jimiž se obvody s operačními zesilovači řeší. Některá zapojení lze v praxi realizovat i s reálnými OZ bez výrazného vlivu na jejich funkci, jiná je třeba pro použití s reálným OZ modifikovat. Některé příklady jsou doplněny poznámkami, které mohou jít za rámec ideálního operačního zesilovače.

Invertující zesilovač Předpokládejme zapojení na obr. 2a). Po označení a zvolení orientace proudů může psát pro uzel u invertujícího vstupu rovnici dle I. Kirchhoffova zákona ve tvaru $i_1 + i_2 = i_-$. Dále označíme napětí $u_+ = 0$ a u_- . Nyní můžeme využít Ohmova zákona pro proudy tekoucí přes jednotlivé rezistory a psát³

$$i_1 = \frac{u_{in} - u_-}{R_1} \quad (2)$$

a

$$i_2 = \frac{u_{out} - u_-}{R_2}. \quad (3)$$

Dále využijeme vlastností ideálního zesilovače, tedy budeme předpokládat $A \rightarrow \infty$ a $i_+ = i_- = 0$. Platí-li první podmínka, a je-li zároveň v obvodu zavedena zpětná vazba (tj. část výstupního napětí se přivádí na alespoň jeden vstup jako v našem případě), bude se snažit operační zesilovač vyrovnat diferenciální napětí na nulu, tj. bude platit $u_+ = u_- \rightarrow u_d = 0$. Protože je neinvertující vstup uzemněn, $u_+ = 0$, bude tedy nulové i napětí u_- a vztahy pro i_1 a i_2 se zjednoduší. Po dosazení do rovnice z Kirchhoffova zákona získáme

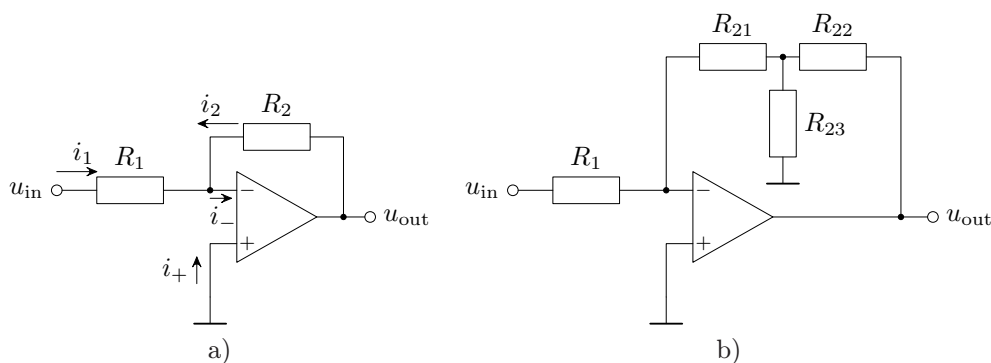
$$\frac{u_{in}}{R_1} + \frac{u_{out}}{R_2} = 0, \quad (4)$$

z čehož po úpravách vychází výsledná závislost výstupního napětí na vstupním ve tvaru

$$u_{out} = -\frac{R_2}{R_1} u_{in}. \quad (5)$$

Využijeme-li běžnou definici *zesílení obvodu*⁴ $A = \frac{u_{out}}{u_{in}}$, vyjde pro zesílení invertujícího zesilovače

$$A_{inv} = -\frac{R_2}{R_1}. \quad (6)$$



Obrázek 2: Schéma a) invertujícího zesilovače b) s T-článkem.

- Protože hodnoty odporů mohou být jen kladné, vychází výsledné zesílení *záporné*. To znamená, že výstupní napětí má opačné znaménko než vstupní napětí (v případě sinusových průběhů lze říci, že výstupní napětí je vůči vstupnímu fázově posunuto o π). Velikost zesílení může být teoreticky libovolná a závisí jen na poměru odporů. V praxi je vhodné volit odpory ve velikosti od 1 k Ω . Pokud je $R_2 < R_1$, dochází k zeslabení napětí.

³Je třeba dbát na zvolenou orientaci proudů!

⁴Všimněte si, že mluvíme o zesílení obvodu, které je odlišné od zesílení samotného operačního zesilovače (které je zde nekonečné). V případě zesílení operačního zesilovače bylo vstupním napětím u_d . Kde to bude třeba, budeme symbolem A označovat zesílení obvodu, symbolem A_0 zesílení samotného operačního zesilovače.

- Vztah mezi vstupním a výstupním napětím je lineární – když se dvakrát zvýší vstupní napětí, zvýší se dvakrát i výstupní napětí. K platnosti lineární závislosti je však třeba říci dvě poznámky: **1)** linearita je mimo jiné důsledkem použití tzv. *lineárního modelu operačního zesilovače*, o kterém se budeme bavit později; **2)** výstupní napětí nikdy nemůže být vyšší než saturační napětí. Je-li tedy $A_{inv} < -1$, platí lineární závislost jen pro $u_{in} < \frac{U_{sat}}{A_{inv}}$ v případě kladného u_{in} a obdobně pro záporné vstupní napětí.
- Uzel u invertujícího „–“ vstupu má nulové napětí vzhledem k zemi, tj. má stejný potenciál. Proto se také někdy označuje jako *virtuální zem*. Slovo „virtuální“ zde znamená, že se tento uzel jako zem nechová vždy. Ideální, skutečná zem by měla být schopna odvést jakýkoliv proud a mít vždy nulové napětí⁵. To ovšem vyžaduje galvanické spojení mezi zemí a tímto uzlem, které v daném zapojení neexistuje. Pouze platí, že se operační zesilovač snaží napětí u_- na nulu dorovnat, což se mu vždy nemusí podařit. Například při rychlých změnách u_{in} se může projevit setrvačnost a po krátký okamžik nebude mít virtuální zem nulové napětí.
- V případě rovnosti odporů $R_1 = R_2$ vychází zesílení -1 a mluvíme o *napěťovém invertoru*, který pouze mění znaménko, nikoliv velikost.
- Uvědomte si, že při platnosti $i_- = 0$ a zachování I. Kirchhoffova zákona vstupní proud neteče do vstupu operačního zesilovače, ale obtéká jej přes rezistor R_2 na výstupní svorku.
- Můžeme se zajímat také o vstupní odpor obvodu R_{in} . Víme, že vstupní odpor každého vstupu samotného operačního zesilovače je nekonečný, ale to neznamená, že je nekonečný i vstupní odpor obvodu. Vstupní odpor lze určit jako poměr změny vstupního napětí a změny vstupního proudu, kterou změna napětí vyvolala. Protože v našem případě je vstupní proud roven i_1 , bude platit $R_{in} = \frac{\Delta u_{in}}{\Delta i_1}$. Uvážíme-li jednak platnost Ohmova zákona pro R_1 , jednak přítomnost virtuální země u invertujícího vstupu, vyjde nám $\Delta i_1 = \frac{\Delta u_{in}}{R_1}$. Po dosazení vychází $R_{in} = R_1$, tedy *vstupní odpor invertujícího zesilovače je roven velikosti odporu R_1* . V případě, že zvolíme R_1 malé, může invertující zesilovač značně zatěžovat generátor u_{in} . Při návrhu zesilovače je proto dobré vycházet z maximální hodnoty zatížení generátoru a požadovaného zesílení a volit $R_2 = -A_{poz} R_{1min}$.
- V případě, že odpor R_1 vynecháme (bude nulový), bude výstupní napětí úměrné vstupnímu proudu i_1 . Pokud vyjdeme z I. Kirchhoffova zákona a Ohmův zákon využijeme jen pro i_2 , získáme $u_{out} = -R_2 i_1$. Takový obvod označujeme jako *převodník proudu na napětí*. Lze ho využít např. všude tam, kde potřebujeme zjistit velikost proudu, ale můžeme měřit jen napětí. Výhodou oproti jednoduchému pasivnímu převodníku z jednoho rezistoru je nulový vstupní odpor ($R_{in} = R_1 = 0$). Převodník s operačním zesilovačem může mít velmi vysoký převodní faktor, aniž by ovlivňoval tekoucí proud; lze se setkat i s $R_2 = 1 \text{ G}\Omega$ (což vede k převodu 1 nA na 1 V).
- Při požadavku na vysoké zesílení a zároveň velký vstupní odpor (tj. velký R_1) vychází velmi vysoké hodnoty odporu R_2 . To může vést k problémům, protože velké odpory mají jednak velký tepelný šum, jednak jsou méně časově stabilní. V těchto případech si můžeme pomoci tím, že místo jednoho velkého rezistoru R_2 zapojíme tři malé rezistory R_{21} , R_{22} a R_{23} v uspořádání T-článku, obr. 2b). Výsledné zesílení pak vychází $A_{inv-T} = -\frac{R_{21}}{R_1} \frac{R_{22}+R_{21} \parallel R_{23}}{R_{21} \parallel R_{23}}$. Nevýhodou použití T-článku je zvýšení vlivu šumových vlastností samotného zesilovače.

Neinvertující zesilovač Pokusme se teď sestavit zesilovač, který bude mít kladné zesílení (tedy výstupní napětí bude mít stejnou polaritu jako vstupní). Mohlo by se zdát, že stačí použít stejné zapojení jako u invertujícího zesilovače, jenom přehodit invertující a neinvertující vstup. Pokud se pokusíte takový obvod vyřešit, zjistíte, že výsledné zesílení je opět záporné. U ideálního operačního zesilovače by totiž záměna vstupních svorek neměla mít vliv na funkci. V reálných případech je situace přibližně taková, že zapojení zpětné vazby na invertující vstup dává zápornou zpětnou vazbu, která má stabilizující účinky, kdežto připojení na neinvertující vstup vede ke kladné zpětné vazbě, která vytváří tendenci k nestabilitě a kmitání. Pokud bychom v praxi použili stejného zapojení jen s přehozenými vstupními svorkami, zesilovač by se rozkmital. Proto musíme najít zapojení, které přivádí zpětnou vazbu na invertující vstup a přesto je výsledné zesílení kladné.

Základní zapojení neinvertujícího zesilovače je na obr. 3a). Budeme opět předpokládat použití ideálního operačního zesilovače, a proto budou vstupní proudy i_+ a i_- nulové. To znamená, že rezistory R_1 a R_2 budou tvořit nezatížený dělič napětí u_{out} . Protože vstupní napětí u_{in} je přivedeno přímo na

⁵Představme si rezistor, který bude mít levý konec připojen ke zdroji napětí +5 V a pravý konec k -5 V. Je zřejmé, že někde uprostřed tělíska rezistoru bude existovat bod X , který bude mít vůči zemi nulové napětí, ale nebude s ní galvanicky propojen. Změníme-li levé napětí na +5,01 V, posune se nulový bod směrem doleva a napětí v původním bodě X už bude nenulové napětí vůči zemi. Bod X proto nemůže být skutečnou zemí.

neinvertující vstup, bude $u_+ = u_{in}$. Napětí na invertující vstup odvodíme přes vztahy pro napěťový dělič a dostaneme

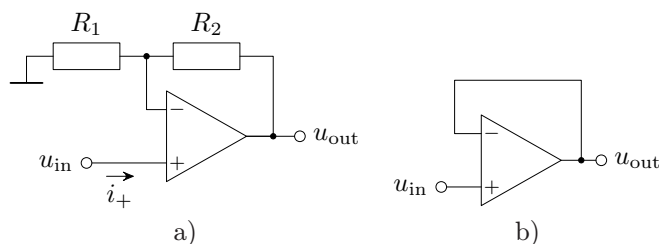
$$u_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{out}. \quad (7)$$

Když si uvědomíme, že máme zapojenou zpětnou vazbu a že se proto operační zesilovač bude snažit snížit rozdílové napětí na nulu, získáme podmínku $u_+ = u_-$, ze které jednoduchou úpravou získáme vztah pro výstupní napětí

$$u_{out} = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) u_{in}. \quad (8)$$

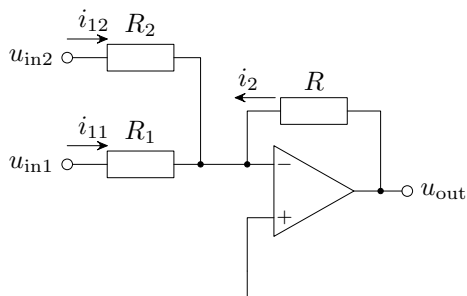
Výsledné zesílení je

$$A_{neinv} = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right). \quad (9)$$



Obrázek 3: a) Neinvertující zesilovač, b) napěťový sledovač.

- Kromě toho, že je výsledné zesílení vždy kladné, je také vždy větší než 1. To znamená, že tento obvod nemůže nikdy pracovat jako zeslabovač. Pokud bychom chtěli přece jen neinvertující zeslabovač, lze ho získat sériovým zapojením invertujícího zesilovače s daným zeslabením a invertoru.
- Lineární závislost výstupního a vstupního napětí je omezena obdobně jako u invertujícího zapojení.
- Protože vstupní napětí je zde přivedeno přímo na vstup operačního zesilovače, je vstupní odpor zapojení nekonečný, tj. $R_{in} \rightarrow \infty$.
- V případě, že se vynechá rezistor R_1 a rezistor R_2 se nahradí zkratem, získáme obvod se zesílením $A = 1$, tzv. *napěťový sledovač*, viz obr. 3b). To je obvod, jehož výstupní napětí přesně kopíruje vstupní napětí. I když se může zdát, že takový obvod nemá smysl používat, není to pravda. Může totiž sloužit k impedančnímu přizpůsobení. Předpokládejme, že potřebujeme měřit napětí generátoru u_{in} , ale máme k dispozici pouze voltmetr s velmi malým vstupním odporem. Pokud ho připojíme přímo ke generátoru, zatížíme jej a naměříme napětí nižší o úbytek na vnitřním odporu zdroje u_{in} . Pokud mezi generátor a voltmetr zařadíme napěťový sledovač s nekonečným vstupním odporem, nebude generátor u_{in} zatížen a jeho výstupní napětí nebude sníženo. Voltmetr teď bude zatěžovat výstup operačního zesilovače, ale ideální operační zesilovač má nulový výstupní odpor, proto na něm žádný úbytek napětí nevznikne a výsledek měření nebude zkreslen odporem voltmetru.



Obrázek 4: Invertující sumátor.

Invertující sumátor Uvažujme zapojení na obr. 4, kde opět předpokládejme, že je použit ideální operační zesilovač s nekonečným zesílením a nulovými vstupními proudy. Sestavme rovnici podle I. Kirchhoffova zákona pro uzel u invertujícího vstupu⁶. Získáme rovnici $i_{11} + i_{12} + i_2 = 0$. Nyní můžeme vyjádřit proudy pomocí Ohmova zákona. Ještě předtím si uvědomme, že v obvodu je zapojena zpětná vazba, proto bude operační zesilovač nulovat rozdílové napětí, a tudíž bude platit $u_- = u_+ = 0$. Po vyjádření proudů získáme rovnici

$$\frac{u_{in1}}{R_1} + \frac{u_{in2}}{R_2} + \frac{u_{out}}{R} = 0. \quad (10)$$

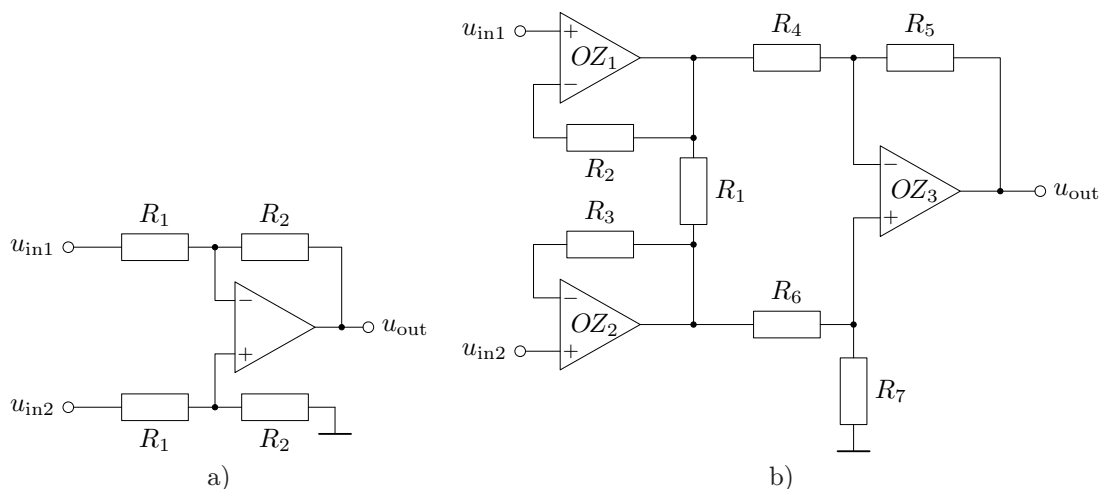
Když z ní vyjádříme výstupní napětí, získáme vztah

$$u_{out} = -R \left(\frac{u_{in1}}{R_1} + \frac{u_{in2}}{R_2} \right). \quad (11)$$

- Vidíme, že výstupní napětí je – až na znaménko – váženým součtem vstupních napětí, kde váha vstupu je $w_k \sim \frac{1}{R_k}$. Pokud zvolíme $R_1 = R_2 = 2R$, bude výstupní napětí záporně vzatým aritmetickým průměrem. Je-li jedno z napětí nulové, vrátíme se k výsledku pro invertující zesilovač.
- Zapojení sumátoru lze snadno rozšířit na n vstupů, rovnice pro výstupní napětí pak bude mít tvar

$$u_{out} = -R \sum_{k=1}^{k=n} \frac{u_{ink}}{R_k}.$$

- V případě sumátoru zpravidla nedefinujeme zesílení, protože to je vhodné jen u obvodů s jedním vstupem a jedním výstupem. Ale protože je vztah pro u_{out} lineární funkcí jednotlivých vstupních napětí, mohli bychom definovat dílčí zesílení A_k jako poměr výstupního napětí k vybranému vstupnímu napětí, *ovšem za podmínky, že ostatní napětí budou nulová*. Pak by šlo psát $u_{out} = \sum A_k u_{ink}$.
- Všimněte si, že vstupní odpor každého vstupu je $R_{ink} = R_k$. Pokud přiřadíme různým vstupům různou váhu, bude každý ze vstupů jinak zatěžovat zdroj vstupního napětí.



Obrázek 5: Schéma a) rozdílového, b) přístrojového zesilovače.

Rozdílový zesilovač Uvažujme zapojení dle obr. 5a) s ideálním operačním zesilovačem. Uvážíme-li zapojení zpětné vazby (tedy $u_d = 0$) a I. Kirchhoffův zákon pro uzel v horní větvi, zjistíme, že pro proudy v horní větvi platí podmínka

$$\frac{u_{in1} - u_+}{R_1} = -\frac{u_{out} - u_+}{R_2}. \quad (12)$$

V dolní větvi použijeme rovnou výsledek pro odporový dělič napětí a získáme $u_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{in2}$. Dosadíme-li toto napětí do první podmínky, dostaneme

$$\frac{u_{in1}}{R_1} - \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{R_1 + R_2} u_{in2} = -\frac{u_{out}}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_2} u_{in2}. \quad (13)$$

⁶Dva naznačené uzly jsou ve skutečnosti uzlem jediným.

Po jednoduché úpravě dostáváme

$$u_{\text{out}} = \frac{R_2}{R_1}(u_{\text{in}2} - u_{\text{in}1}). \quad (14)$$

Tedy výstupní napětí bude úměrné *rozdílu* vstupních napětí, v případě $R_2 = R_1$ bude rozdílů přímo rovno.

- V případě, že by spodní rezistory měly jiné hodnoty než horní (tj. R'_1, R'_2), mělo by každé napětí v rozdílů jinou váhu. Výsledek by pak měl tvar

$$u_{\text{out}} = \frac{R'_2}{R'_1 + R'_2} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) u_{\text{in}2} - \frac{R_2}{R_1} u_{\text{in}1},$$

tedy formálně jde o superpozici dvou nezávislých příspěvků: **1)** horní větev představuje invertující zesilovač pro $u_{\text{in}1}$ (bude-li $u_{\text{in}2}$ nulové, bude neinvertující vstup uzemněn), **2)** spodní větev nejprve zařadí odporový dělič vstupního napětí $u_{\text{in}2}$ a pak jeho výstupní napětí zesílí přes neinvertující zesilovač.

- Všimněte si, že se liší vstupní odpory obou vstupů. V horní větvi platí⁷ $R_{\text{in}1} = R_1$, ve spodní větvi $R_{\text{in}2} = R_1 + R_2$. Žádný vstupní odpor není nekonečný.

Přístrojový zesilovač Požadavek na získání rozdílu dvou napětí (tj. určení diferenciálního napětí) je velmi častou aplikací v měřicí technice. Jednoduché zapojení rozdílového zesilovače trpí především konečnou velikostí a neshodností vstupních odporů. Proto se pro přesné aplikace používá složitější obvod, tzv. *přístrojový zesilovač*, viz obr. 5b). Poprvé se setkáváme se zapojením, ve kterém je použito několik operačních zesilovačů. Přesto je přibližná analýza problému jednoduchá, protože jednotlivé operační zesilovače pracují samostatně (žádná zpětná vazba se neuzavírá přes dva operační zesilovače).

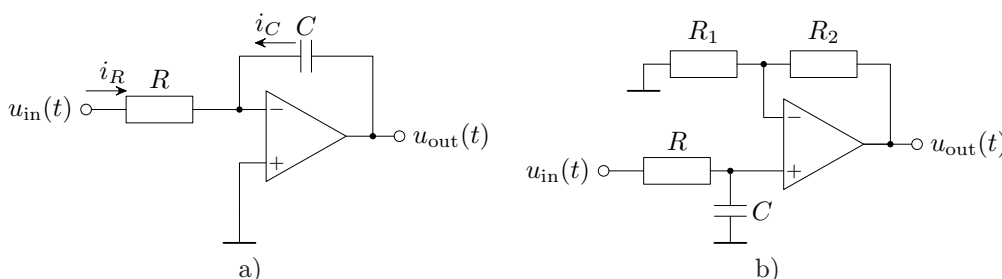
Nebudeme odvozovat vztah pro výstupní napětí, uvedeme pouze výsledek, který platí za podmínek $R_4 = R_6$ a $R_5 = R_7$. Pak je výstupní napětí

$$u_{\text{out}} = (u_{\text{in}2} - u_{\text{in}1}) \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) \frac{R_5}{R_4} \quad (15)$$

přímo úměrné rozdílu vstupních napětí.

- Podíváme-li se podrobně na schéma zapojení, je vidět, že se rozpadá na tři funkční bloky: **1)** blok tvořený OZ_1, R_1 a R_2 je neinvertující zesilovač napětí $u_{\text{in}1}$; **2)** blok tvořený OZ_2, R_1 a R_3 je neinvertující zesilovač napětí $u_{\text{in}2}$; **3)** blok tvořený OZ_3 a R_4-R_7 je rozdílový zesilovač, jehož vstupní napětí tvoří výstupní napětí předcházejících zesilovačů. Protože tento rozdílový zesilovač zatěžuje pouze výstupy předchozích (ideálních) operačních zesilovačů, které mají nulový výstupní odpor, nebudou nám zde vadit jeho konečné vstupní odpory.
- Obě vstupní napětí jsou přivedena přímo na neinvertující vstup příslušného operačního zesilovače. To znamená, že oba vstupní odpory jsou *nekonečné*, $R_{\text{in}1} = R_{\text{in}2} = \infty$.

Integrátor a derivátor Vyjděme ze zapojení invertujícího zesilovače a zkusme jeden z rezistorů nahradit kondenzátorem. Poprvé tak získáváme obvod, jehož operační síť obsahuje prvek s časovou setrvačností či frekvenční závislostí.



Obrázek 6: Integrátor a) invertující, b) neinvertující s RC -člankem.

⁷Uzel u invertujícího vstupu sice není virtuální zemi, protože nemá nulové napětí, ale při změně $u_{\text{in}1}$ a konstantním $u_{\text{in}2}$ zůstává jeho napětí stejné, proto má efektivně nulový odpor a platí dále uvedený vztah.

Nejprve nahradíme rezistor R_2 , viz obr. 6a). Protože opět uvažujeme ideální operační zesilovač, bude invertující vstup zároveň virtuální zemí a vstupní proud bude nulový. Proto musí platit $i_R(t) = -i_C(t)$. Proud, tekoucí rezistorem, získáme z Ohmova zákona $i_R(t) = \frac{u_{in}(t)}{R}$, proud tekoucí kondenzátorem odvodíme z definice proudu $i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ a z definičního vztahu kapacity C jako poměru napětí na kondenzátoru U a akumulovaného náboje Q : $C = Q/U$. Vychází vztah $i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$, kde za u_C dosadíme u_{out} . Po dosazení do rovnice proudů a drobné úpravě dojdeme ke vztahu

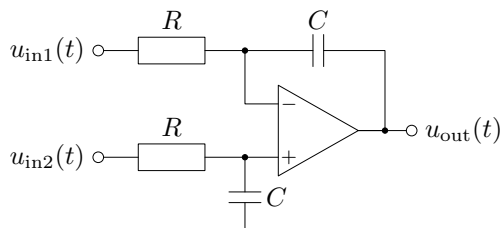
$$\frac{du_{out}(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}u_{in}(t). \quad (16)$$

Integrací rovnice dostaneme vztah pro výstupní napětí

$$u_{out}(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_{in}(t') dt'. \quad (17)$$

Výstupní napětí je úměrné časovému integrálu vstupního napětí a získali jsme *invertující integrátor*.

- Součin $\tau = RC$ má rozměr času a představuje časovou konstantu integrátoru. Například pokud bude vstupní napětí kombinací konstantního napětí a šumu, bude výstupní napětí představovat průměrné, „vyhlazené“ napětí a τ bude určovat dobu průměrování.
- Budeme-li chtít definovat zesílení poměrem $A = \frac{u_{out}(t)}{u_{in}(t)}$, nedopracujeme se k jednoduchému vyjádření. Můžeme ovšem přejít do frekvenční oblasti nebo použít symbolického počtu a místo napětí používat fázory a analyzovat poměry pro harmonické průběhy napětí. Budeme-li uvažovat $u_{in}(t) = U_{in} \cos(\omega t)$, bude výstupní napětí mít tvar $u_{out}(t) = -\frac{U_{in}}{\omega RC} \sin(\omega t)$. Vidíme, že velikost poměru *amplitud* výstupního a vstupního napětí je nepřímo úměrná frekvenci. Získáváme tak operační obvod, jehož zesílení je funkcí frekvence. Použijeme-li fázorové vyjádření, můžeme definovat komplexní zesílení ve tvaru⁸ $\hat{A}(j\omega) = \hat{U}_{out}/\hat{U}_{in}$, které zde vychází ve tvaru $\hat{A}(j\omega) = \frac{1}{j\omega RC}$. Zesílení má jednak velikost⁹ $A(j\omega) = |\hat{A}(j\omega)|$, jednak fázi $\varphi = \arg \hat{A}(j\omega)$. Je-li fáze nenulová, znamená to, že průběh výstupního napětí je posunut v čase vzhledem k průběhu vstupního napětí.
- Pokud bychom chtěli získat *neinvertující* integrátor můžeme to provést tak¹⁰, že vlastní integraci necháme provádět pasivním RC -článkem a za něj připojíme neinvertující zesilovač, viz obr. 6b). Tímto způsobem se zase projeví nedokonalosti pasivního integračního článku. Ten pro svou správnou funkci vyžaduje, aby byl napájen ze zdroje proudu, kdežto v zapojení je zdroj napětí. Jak se s tím vypořádá bude naznačeno v dalším textu. Jiná chyba by mohla vzniknout ze zatížení RC -článku vstupním odporem neinvertujícího zesilovače. Protože ten má v ideálním přiblížení vstupní odpor nekonečný, tato chyba nevznikne.



Obrázek 7: Diferenční integrátor.

- Schéma integrátoru můžeme jednoduše rozšířit pro realizaci dalších funkcí: **1)** zapojíme-li místo jediného zdroje napětí a jediného rezistoru několik paralelních větví s $u_{ink}(t)$ a R_k tak, jak se to provádí u sumátoru, bude výstupní napětí záporně vzatým integrálem váženého součtu jednotlivých napětí,

$$u_{out}(t) = -\frac{1}{C} \int \sum \frac{u_{ink}(t')}{R_k} dt', \quad (18)$$

a získáme *invertující součtový integrátor*; **2)** zapojíme-li na neinvertující vstup operačního zesilovače přes pasivní RC -článek další napětí $u_{in2}(t)$, viz obr. 7, bude výstupní napětí úměrné integraci rozdílu obou vstupních napětí,

$$u_{out}(t) = \frac{1}{RC} \int (u_{in2}(t) - u_{in1}(t)) dt, \quad (19)$$

⁸Výraz j ve jmenovateli v sobě zahrnuje jednak znaménko $-$, jednak posuv o 90° , tj. změnu funkce sinus na kosinus.

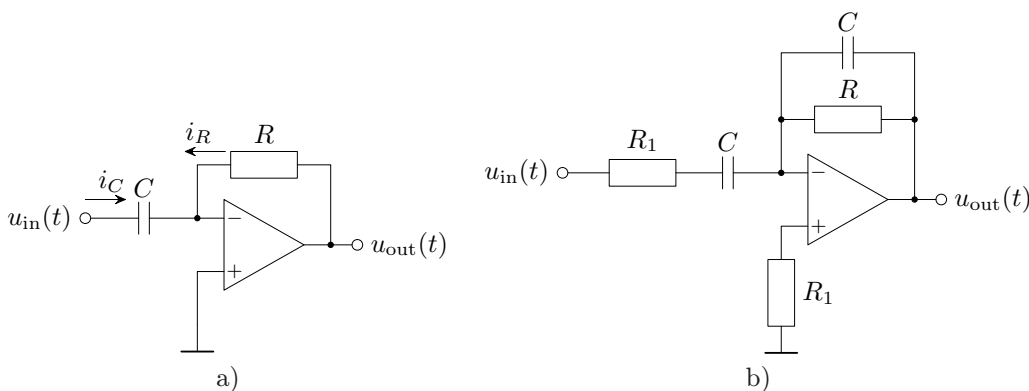
⁹Používáme sice argument $j\omega$, ale velikost je reálná funkce.

¹⁰Kromě primitivního řešení, že za invertující integrátor zařadíme napěťový invertor.

a získáme *diferenční integrátor*. Položíme-li $u_{in1}(t) = 0$, získáme další řešení neinvertujícího integrátoru. Všimněte si, že od obr. 6b) se liší záměnou R_2 za C . Díky tomu netrpí chybou špatné integrace pasivního článku. Abychom toto tvrzení dokázali, musíme nejprve zobecnit některé vztahy pro impedance. Tak jako k Ohmovu zákonu $U = RI$ existuje zobecněný Ohmův zákon $\hat{U} = \hat{Z}\hat{I}$ pracující s impedancí a fázory, existují podobné analogie i pro přenosy či zesílení. Můžeme tedy integrační RC -článek u invertujícího vstupu považovat za zobecnění odporového děliče napětí. Jeho přenos $A_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2}$ tedy upravíme na $\hat{A}_1 = \frac{\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1+\hat{Z}_2}$. Obdobně můžeme zobecnit zesílení neinvertujícího zesilovače. Kdyby byl místo horního kondenzátoru rezistor, měli bychom zapojení neinvertujícího zesilovače s přenosem $A_2 = \frac{R_2}{R_1} + 1$. Když v zapojení nahradíme odpory impedancemi, získáme výsledné zesílení $\hat{A}_2 = \frac{\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1} + 1$. Pro naše potřeby nahradíme všechny rezistory R_2 kondenzátory, takže můžeme psát jednotlivé přenosy $\hat{A}_1 = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1+j\omega RC}$ a $\hat{A}_2 = \frac{1}{R} + 1 = \frac{1+j\omega RC}{j\omega RC}$. Výstupní napětí pak dostaneme jako

$$\hat{U}_{out} = \hat{A}_2 \hat{A}_1 \hat{U}_{in2} = \frac{1}{j\omega RC} \hat{U}_{in2}. \quad (20)$$

To je ovšem vztah pro bezchybnou integraci.



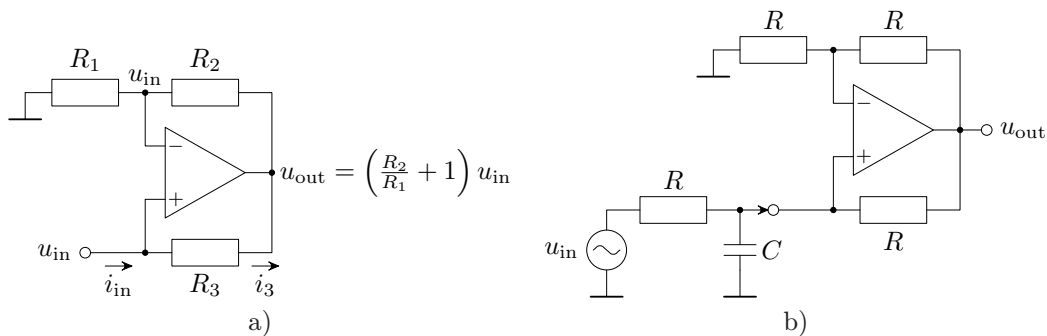
Obrázek 8: Derivátor a) ideální, b) reálné zapojení.

Zkusme nyní v zapojení invertujícího zesilovače nahradit kondenzátorem odpor R_1 , viz obr. 8a). Využijeme-li stejné vztahy jako v předchozím případě, získáme pro proudy podmínku $C \frac{du_{in}(t)}{dt} = -\frac{u_{out}}{R}$, ze které je přímo vidět, že výstupní napětí

$$u_{out}(t) = -RC \frac{du_{in}(t)}{dt} \quad (21)$$

je časovou derivací vstupního napětí. Obvod se tedy chová jako *invertující derivátor*. Časová konstanta derivátoru je opět určena součinem $\tau = RC$.

- Stejně jako u integrátoru, také u derivátoru je zesílení rozumně definováno jen pro fázory napětí a opět má komplexní charakter. Frekvenční závislost velikosti zesílení souvisí se vztahem $(\sin \omega t)' = \omega \cos \omega t$ a je tedy přímo úměrná frekvenci ω . Protože šum má velký obsah vysokofrekvenčních složek, které jsou derivátorem velmi zesilovány, má takto zapojený derivátor tendenci k nestabilitě. Je to asi jediné zapojení v tomto textu, které nelze ve skutečnosti zapojit tak, jak je zakresleno. *Reálný derivátor* musí obsahovat další prvky, které změni závislost $A(j\omega)$ tak, aby se vysokofrekvenční šum příliš nezsiloval. Ukázka zapojení je na obr. 8b). Díky tomu ovšem nedochází k přesné derivaci.
- Také u derivátoru existuje možnost realizace neinvertujícího derivátoru pomocí kombinace pasivního derivačního RC -článku a neinvertujícího zesilovače.
- Integrátor se od derivátoru liší jen záměnou kondenzátoru a rezistoru. To není náhoda, ale je to obecná vlastnost zapojení tzv. *obecného invertoru*, který vychází z invertujícího zesilovače. Když máme v přímé větvi (na místě rezistoru R_1) zapojen trojpól s charakteristikou $i = F_1(u)$ a ve zpětnovazební větvi (na místě rezistoru R_2) trojpól s charakteristikou $i = F_2(u)$, realizuje obvod jednu funkci, kterou lze popsat implicitní rovnicí $F_1(u_{in}) = -F_2(u_{out})$. Přehodíme-li vzájemně oba trojpolý, získáme obvod, realizující „inverzní“ funkci dle rovnice $F_2(u_{in}) = -F_1(u_{out})$. Pod slovem „inverzní“ si lze představit i přechod od derivace k integraci a naopak.



• Obrázek 9: a) Záporný odpor a b) jeho aplikace v neinvertujícím integrátoru.

Záporný odpor Nyní se poprvé dostaneme k využití kladné zpětné vazby. Uvidíme, že to může mít zajímavé důsledky. Uvažujme zapojení z obr. 9a) s ideálním operačním zesilovačem. Napětí na výstupu u_{out} určíme pomocí vztahu pro odporový dělič napětí, který je tvořen R_1 a R_2 . Protože je zapojena zpětná vazba, je $u_- = u_+ = u_{\text{in}}$. Napětí u_{out} musí mít takovou velikost, aby výstupní napětí děliče bylo rovno u_{in} . Platí tedy

$$u_{\text{out}} = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) u_{\text{in}}. \quad (22)$$

Proud tekoucí rezistorem R_3 je dle Ohmova zákona

$$i_3 = \frac{u_{\text{in}} - \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) u_{\text{in}}}{R_3} = -\frac{R_2}{R_1 R_3} u_{\text{in}}. \quad (23)$$

Protože do neinvertujícího vstupu ideálního OZ neteče žádný proud, je tento proud zároveň vstupním proudem, $i_{\text{in}} = i_3$. Definujeme-li vstupní odpor zapojení běžným vztahem $R_{\text{in}} = \frac{u_{\text{in}}}{i_{\text{in}}}$, dostaneme

$$R_{\text{in}} = -\frac{R_1 R_3}{R_2}. \quad (24)$$

Protože hodnoty odporů rezistorů jsou vždy kladné, je výsledný vstupní odpor zapojení *záporný*. Obvod se tedy chová jako imaginární rezistor se zápornou hodnotou odporu.

- Všimněte si, že chování zapojení (záporný odpor) je definováno vzhledem ke vstupní sorce, výstup operačního zesilovače nemusí být využit ve „vnějším“ obvodu.
- Po fyzikální stránce „záporný odpor“ znamená jen tolik, že napětí na pravém konci rezistoru R_3 je o $\frac{R_2}{R_1} u_{\text{in}}$ větší než na levém konci a proud proto teče do vstupního zdroje. Tento proud lze pak využít např. ke kompenzaci ztrát ve vedení či nedokonalostí signálového zdroje. Záporný odpor se dotýká jen vzájemného vztahu obvodových veličin. Nelze čekat, že by se dal uplatnit ve všech fyzikálních zákonitostech, kde vystupuje odpor R . Například dle Jouleova zákona se na rezistoru R za čas t vyvine průchodem proudem I teplo $Q = RI^2 t$. Pouhé dosazení záporného odporu by vedlo k závěru, že syntetický odpor bude teplo pohlcovat. To však není pravda – zde není přípustné použít záporné R . Ve skutečnosti bude obvod opět vyvíjet teplo.
- Příkladem použití záporného odporu může být vylepšení konstrukce integrátoru s pasivním RC -článkem dle obr. 6b), který trpí skutečností, že není napájen proudovým zdrojem, tedy ze zdroje s nekonečným vstupním odporem. Použijeme-li zde záporný odpor, získáme zapojení na obr. 9b), kde volíme $R_{\text{in}} = -R$. Napětí na (z počátku vybitém) kondenzátoru poroste podle vztahu $u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t') dt'$. Proud i_C bude mít dvě složky: jednak bude přes odpor R přitékat proud $i_R(t) = \frac{u_{\text{in}}(t) - u_C(t)}{R}$, jednak bude téci proud ze záporného odporu o velikosti $i(t) = -\frac{u_C(t)}{-R}$. Sečteme-li obě složky, dostaneme

$$i_C(t) = \frac{u_{\text{in}}(t) - u_C(t)}{R} + \frac{u_C(t)}{R} = \frac{u_{\text{in}}(t)}{R}. \quad (25)$$

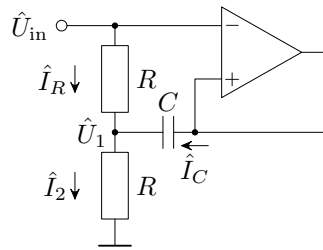
Po dosazení do vztahu pro $u_C(t)$ získáme

$$u_C(t) = \frac{1}{RC} \int u_{\text{in}}(t') dt'. \quad (26)$$

Napětí na kondenzátoru bude tudíž přesným integrálem vstupního napětí. Svorka od C by mohla sloužit jako výstup integrátoru, ale to by mohlo vést k problémům se zatěžováním RC -článku. Proto je lepší odebrat napětí z výstupu operačního zesilovače, kde platí $u_{\text{out}}(t) = \frac{2}{RC} \int u_{\text{in}}(t') dt'$.

Na uvedený výsledek můžeme nahlížet také jinak. Když nahradíme všechny napěťové zdroje (včetně výstupu zesilovače) zkratem, zjistíme, že záporný odpor $-R$ je připojen paralelně k C a také k rezistoru R z RC -článku. Výsledný odpor této paralelní kombinace je dán vztahem $\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = 0$, tedy výsledný odpor, přes který je kondenzátor napájen, je nekonečný. To přesně odpovídá napájení kondenzátoru z proudového zdroje, což byla podmínka správné činnosti pasivního integračního článku.

Syntetická indukčnost Podívejme se na další obvod, který používá kladnou zpětnou vazbu, obr. 10. Protože obsahuje kondenzátory, budeme používat fázorové vyjádření. Nejprve vyjádříme proud tekoucí horním rezistorem jako $\hat{I}_R = \frac{\hat{U}_{\text{in}} - \hat{U}_1}{R}$, kde \hat{U}_1 je pomocné napětí uzlu mezi rezistory. Proud, který teče z výstupu operačního zesilovače, teče zároveň kondenzátorem C (protože $\hat{I}_+ = 0$). Dále si všimněte, že je v obvodu uzavřena velmi silná kladná zpětná vazba, protože je přímo spojen výstup s neinvertujícím vstupem. Protože na invertujícím vstupu je přiloženo napětí \hat{U}_{in} a zpětná vazba je zapojena, bude stejné



Obrázek 10: Syntetická indukčnost.

napětí i na neinvertujícím vstupu. Proud tekoucí kondenzátorem je pak možno vyjádřit vztahem

$$\hat{I}_C = \frac{\hat{U}_{\text{in}} - \hat{U}_1}{\frac{1}{j\omega C}}. \quad (27)$$

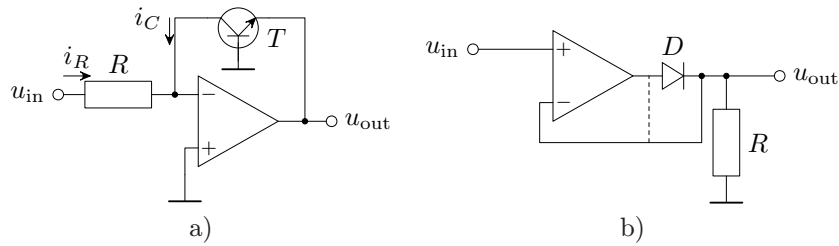
Proud tekoucí spodním rezistorem je dán součtem dvou předchozích proudů, tj. $\hat{I}_2 = \hat{I}_R + \hat{I}_C$. Protože horní svorka horního rezistoru a pravá svorka kondenzátoru jsou na stejném potenciálu, a totéž platí pro jejich druhé svorky, musí být úbytek napětí na horním rezistoru stejný jako úbytek na kondenzátoru, tj. $R\hat{I}_R = \frac{1}{j\omega C}\hat{I}_C$, z čehož vyjádříme $\hat{I}_C = j\omega RC\hat{I}_R$ a pak můžeme psát pro proud spodním rezistorem $\hat{I}_2 = \hat{I}_R(1 + j\omega RC)$. Zároveň z Ohmova zákona musí platit $\hat{I}_2 = \frac{\hat{U}_1}{R} = \frac{\hat{U}_{\text{in}} - R\hat{I}_R}{R}$, kde jsme využili úbytku napětí na horním rezistoru. Srovnáním obou vztahů pro \hat{I}_2 získáme relaci

$$\hat{U}_{\text{in}} = R\hat{I}_R(1 + j\omega RC) + R\hat{I}_R = \hat{I}_R(2R + j\omega R^2C). \quad (28)$$

Tento vztah je formálně vyjádřením závislosti mezi proudem a napětím na reálné cívce, kde platí $\hat{U}_L = (R_L + j\omega L)\hat{I}_L$. Uvedené zapojení se tedy vzhledem ke vstupním svorkám chová jako reálná cívka se ztrátovým odporem $R_L = 2R$ a indukčností $L = R^2C$. Označuje se proto jako *syntetická indukčnost*.

- Všimněte si, že se opět nevyužívá samotný výstup operačního zesilovače. Především proto, že jeho napětí kopíruje vstupní napětí.
- Důvodem pro realizaci syntetické indukčnosti je technologická složitost výroby a aplikace cívek, např. složitá miniaturizace, velká hmotnost, obtížnost vinutí apod. Proto může být výhodnější zapojit více součástek, které jsou ale snáze realizovatelné. Ze vztahů pro R_L a L je vidět, že můžeme napodobit jakoukoliv reálnou cívku. Nejprve zvolíme velikost R tak, aby odpovídala poloviční hodnotě odporu vinutí, a pak dopočítáme C na žádanou indukčnost. Ekvivalent ideální cívký ($R_L = 0$) se udělat nepodaří.
- Existuje více zapojení, která vytvářejí syntetické cívky. Ty se mohou lišit buď jen výslednými vztahy, nebo jejich vlastnostmi – např. vztahy mohou být frekvenčně závislé, tedy každé frekvenci bude příslušet obecně jiná indukčnost a jiný odpor. Existují také zapojení, která odpovídají ideální cívce ($R_L = 0$). Obecně se obvody typu záporného odporu nebo syntetické indukčnosti (gyrátory) označují jako *impedanční konvertory*.

- Fyzikálně je třeba si uvědomit, že se opět nejedná o skutečnou indukčnost, ale jen o vztah mezi obvodovými veličinami. Syntetická indukčnost tedy může dobře posloužit ve frekvenčním filtru či rezonančním obvodu, ale jako elektromagnet se neosvědčí.



Obrázek 11: a) Logaritmický zesilovač, b) usměrňovač.

Logaritmický zesilovač Uvažujme zapojení dle obr. 11a). Proud $i_R = \frac{u_{in}}{R}$, který prochází rezistorem R , musí být roven kolektorovému proudu tranzistoru T . Závislost proudu a napětí tranzistoru udávají tranzistorové rovnice. Uvážíme-li přítomnost virtuální země na invertujícím vstupu operačního zesilovače a uzemnění báze, pracuje tranzistor v režimu s $U_{CB} = 0$. V takovém případě pro něj platí tranzistorová rovnice ve tvaru $u_{BE} = U_T \ln \frac{i_C}{I_s}$, kde $U_T = \frac{k_B T}{e}$ je teplotní napětí a I_s je saturační proud tranzistoru. Z rovnice vyjádříme proud kolektorem $i_C = I_s e^{-u_{out}/U_T}$, kde využijeme toho, že je báze uzemněna, a tudíž $u_{BE} = -u_{out}$. Tento proud pak srovnáme s proudem i_R a dostaneme po úpravě

$$u_{out} = -U_T \ln \frac{u_{in}}{RI_s}. \quad (29)$$

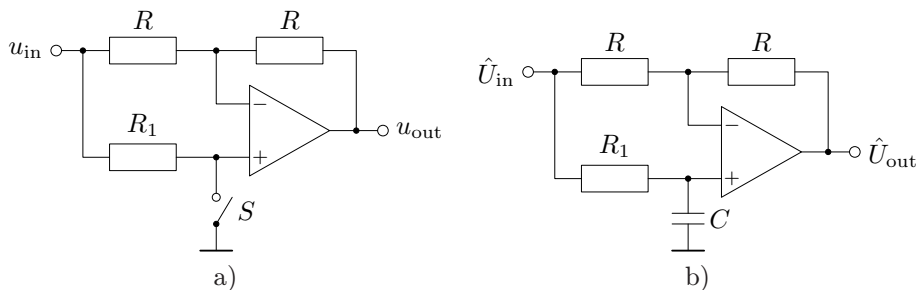
Výstup je tedy úměrný logaritmu vstupního napětí.

- Logaritmický zesilovač je prvním nelineárním obvodem, se kterým jsme se setkali. Nemá smysl pro něj definovat žádné zesílení, jen se udává operační rovnice.
- Jak bylo zmíněno u obecného invertoru, přehozením T a R dostaneme *antilogaritmický* (exponenciální) zesilovač s operační rovnicí $u_{out} = RI_s e^{-\frac{u_{in}}{U_T}}$.
- Protože exponenciální závislost proudu na napětí má v propustném směru také dioda, můžeme sestavit logaritmický zesilovač i tak, že tranzistor nahradíme diodou. Nevýhodou použití diody je však malý rozsah vstupních napětí. Reálné zapojení s tranzistorem i diodou bývá složitější než je zde naznačeno.
- Nelineární zesilovače, kam logaritmický zesilovač patří, se používají ke zpracování napěťových signálů. Například pokud signál $u_{in}(t)$ představuje výstup senzoru, který reaguje exponenciálně na veličinu $x(t)$, můžeme použitím logaritmického zesilovače signálovou cestu linearizovat a získat napětí úměrné x , tj. $u_{out}(t) \sim x(t)$. Další častou aplikací logaritmického zesilovače je komprese signálu. Pokud se bude vstupní napětí $u_{in}(t)$ měnit v intervalu 0,1–10 V, změní se u_{out} jen dvojnásobně, např. od 1 do 2 V. Změna rozsahu signálu je nutná například tehdy, jestliže následný obvod není schopen zpracovat či přenést celý dynamický rozsah. Uvažujme obvod, který může mít na vstupu jen napětí od 0 V do 1 V. Abychom přes něj přenesli původní signál, mohli bychom ho jen lineárně zmenšit na jednu desetinu, takže by byl v intervalu (0,01, 1) V. Ovšem informace, přenášená nízkými úrovněmi signálu, by mohla být přehlušena šumem. Použijeme-li logaritmickou transformaci (a posunutí o -1 V), zmenší se nízké úrovně relativně méně než vysoké. To znamená, že poměr nízkých úrovní k šumu bude blízký původní hodnotě a informace se ztratí jen málo. Na druhou stranu, vysoké úrovně signálu se zmenší výrazně a při konečném „rozlišení“ obvodu může dojít k částečné ztrátě informace na vysokých frekvencích. Ale *relativní ztráta* informace bude rovnoměrná v celém intervalu úrovní.

Usměrňovač Usměrňovač uvedený na obr. 11b) je jednou z nejjednodušších konstrukcí usměrňovače. Pokud je na vstupu kladné napětí, je i výstup operačního zesilovače kladný, dioda je otevřená a protékající proud vytváří na rezistoru R úbytek napětí. Vzhledem k zapojení zpětné vazby na invertujícím vstupu musí být velikost protékajícího proudu taková, aby byl úbytek přesně roven vstupnímu napětí. V případě záporného napětí na vstupu je i výstup samotného operačního zesilovače záporný a diodou nemůže procházet proud. Na rezistoru proto nevzniká žádný úbytek a výstupní napětí je proto nulové (resp. je rovno šumovému napětí rezistoru). Dochází tedy k jednocestnému usměrnění vstupního napětí.

- Když je zpětná vazba uzavřena na straně katody, nedochází ke zkreslení prahovým napětím diody, jako je tomu v případě pasivního usměrňovače z rezistoru a diody. Pokud by byla zpětná vazba uzavřena na straně anody (naznačeno přerušovaně), pak by se samozřejmě prahové napětí projevilo.
- Všimněte si, že v případě záporného vstupního napětí je zpětná vazba v podstatě otevřená, a proto také $u_+ \neq u_-$, protože $u_- \approx 0$ a $u_+ = u_{in}$, a výstup operačního zesilovače je v saturaci. Při přechodu do kladného vstupního napětí musí operační zesilovač přejít ze saturace do lineární oblasti, což mu zabere určitou dobu. To je příčinou špatných dynamických vlastností uvedeného zapojení.
- Pro přesná usměrnění je nutno používat složitější zapojení s více operačními zesilovači. Složitějším zapojením lze realizovat i dvoucestné usměrňovače.

Spínaný modulátor Doposud jsme analyzovali obvody, jejichž vlastnosti závisely jen na elektrických vlastnostech součástek. Obvod na obr. 12a) se liší v tom, že má zapojen mechanický spínač. Pomocí něho lze řídit celkové zesílení obvodu. Bude-li spínač *sepnutý*, bude na neinvertujícím vstupu nulové napětí, tedy bude $u_+ = u_- = 0$. Rezistor R_1 pak nebude mít na nic vliv (bude jím jen procházet proud) a můžeme ho v analýze vypustit. Pak ovšem dostaneme zapojení invertujícího zesilovače, proto víme, že bude platit $A_{sep} = -1$. V případě *rozepnutého* spínače nebude větví s R_1 protékat proud, protože $i_{R_1} = i_+ = 0$. Proto na něm nemůže vzniknout napěťový úbytek a pravá svorka musí mít stejný potenciál jako levá, tedy $u_+ = u_{in}$. Protože je zapojena zpětná vazba, bude dále $u_- = u_+ = u_{in}$ a přes levý rezistor R nemůže protékat proud. Proto nepoteče proud ani přes pravý rezistor R . To je možné jedině tehdy, bude-li platit $u_{out} = u_- = u_{in}$. Vidíme tedy, že získáváme napěťový sledovač se zesílením $A_{roz} = +1$. Spínáním spínače



Obrázek 12: a) Modulátor se spínačem, b) fázovací článek.

tedy ovlivňujeme, zda bude přenos plus nebo minus jedna. Získáváme tím jednoduchý *modulátor* napětí. Pokud bude vstupní napětí konstantní a budeme spínač periodicky spínat, získáme časově proměnné výstupní napětí obdélníkového průběhu s amplitudou u_{in} .

Fázovací článek Obvod na obr. 12b) se od modulátoru liší kondenzátorem C místo spínače. K jeho analýze přistoupíme tak, že si vyjádříme napětí \hat{U}_+ jako výstupní napětí impedančního děliče napětí. To dává výsledek $\hat{U}_+ = \hat{U}_{in} \frac{1}{1+j\omega R_1 C}$. I. Kirchhoffův zákon pro uzel u invertujícího vstupu dává podmínku

$$-\frac{\hat{U}_{in} - \hat{U}_+}{R} = \frac{\hat{U}_{out} - \hat{U}_+}{R}. \quad (30)$$

Po úpravě dostáváme

$$\hat{U}_{out} = -\hat{U}_{in} + 2\hat{U}_+ = \frac{1 - j\omega R_1 C}{1 + j\omega R_1 C} \hat{U}_{in}. \quad (31)$$

Protože číselník a jmenovatel jsou komplexně sdružené výrazy, vychází okamžitě, že velikost přenosu je jednotková, tj. $|\hat{A}(j\omega)| = 1$. Po rozložení přenosu na reálnou a imaginární složku můžeme vyjádřit velikost fázového posuvu mezi vstupním a výstupním napětím jako $\text{tg } \varphi = -\frac{2\omega R_1 C}{1 - \omega^2 R_1^2 C^2}$, což po úpravách dává výraz

$$\varphi = -2\text{arctg } \omega C R_1. \quad (32)$$

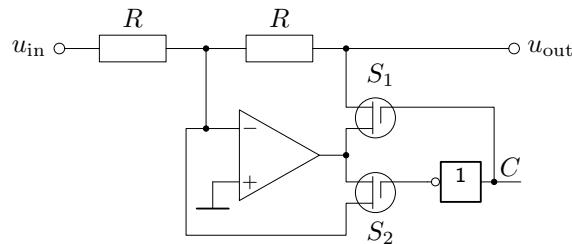
Uvedené zapojení tedy mění fázi harmonického napětí a proto se označuje jako *fázovací článek*. Velikost posuvu závisí na frekvenci a hodnotách C a R_1 .

- Všimněte si souvislosti fázovacího článku se spínaným modulátorem. U modulátoru se spínání provádělo pomocí okamžiků, kdy byl spínač sepnut či rozepnut. Zde se „spínání“ děje pomocí frekvence. Při vysokých frekvencích představuje kondenzátor C zkrat a obvod se chová jako modulátor se sepnutým spínačem, tj. $A = -1$. Při nulové frekvenci představuje kondenzátor rozpojení obvodu a

přenos odpovídá modulátoru s rozepnutým spínačem, $A = +1$. Při ostatních frekvencích je přenos obecně komplexní a leží na jednotkovém kruhu.

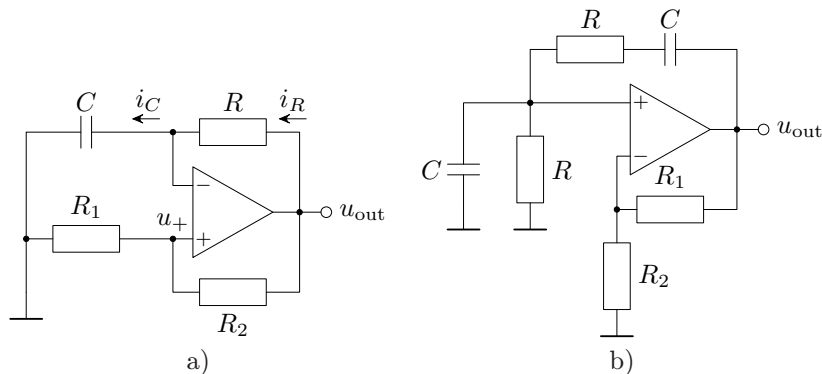
- Lineární závislost posuvu fáze na frekvenci mimo jiné znamená, že obvod nemění tvar signálu. Pokud přivedeme vstup $u_{in}(t)$, bude výstup jen posunutý v čase, tj. $u_{out}(t) = u_{in}(t - \tau)$ pro všechny možné průběhy napětí.

Analogový spínač Obvod na obr. 13 představuje analogový spínač. V jeho zpětné vazbě jsou dva FET tranzistory, které pracují jako spínače řízené signálem C a \overline{C} , proto nemohou být oba současně sepnuty. Uvažujme nejprve, že je $C = 0$. V tom případě je sepnut spínač S_2 a zpětná vazba je uzavřena dolní větví. Protože je neinvertující vstup uzemněn, bude nulové napětí také na invertující vstup a tudíž i $u_{out} = 0$. V případě $C = 1$ jsou stavy spínačů opačné, zpětná vazba je uzavřena horní větví a zapojení přechází do zapojení invertujícího zesilovače s $A = -1$, proto je $u_{out} = -u_{in}$. Obvod tedy může realizovat spínání vstupního napětí v závislosti na stavu logické proměnné C .



• Obrázek 13: Analogový spínač.

Multivibrátor Obvod multivibrátoru (obr. 14a) využívá současně jak kladnou, tak i zápornou zpětnou vazbu takovým způsobem, aby byl obvod silně nestabilní. Operační zesilovač je téměř pořád v saturaci, střídavě v kladné a záporné. Na výstupu je proto obdélníkový signál se střídou 50%. Multivibrátor patří mezi zapojení, která nelze analyzovat použitím modelu ideálního operačního zesilovače, jako u všech předchozích, ale je nutné použít koncept *ideálního komparátoru*.



• Obrázek 14: Schéma a) multivibrátoru a b) Wienova oscilátoru.

Předpokládejme, že výstup operačního zesilovače je v čase $t = 0$ ve stavu kladné saturace, tj. $u_{out} = +U_{sat}$. Na kladném vstupu je pak napětí určeno vztahem pro napěťový dělič, $u_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$. Na kondenzátoru z předchozího cyklu zůstalo napětí opačné velikosti, tj.

$$u_C(0) = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}. \quad (33)$$

Proud, který protéká rezistorem R i kondenzátorem C , je určen Ohmovým zákonem a platí $i_R = \frac{U_{sat} - u_C(t)}{R} = i_C$. S využitím tohoto vztahu lze pro napětí na kondenzátoru psát

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t') dt' = \frac{1}{C} \int_0^t \left[\frac{U_{sat}}{R} - \frac{u_C(t')}{R} \right] dt'. \quad (34)$$

Zderivováním posledního vztahu dostaneme

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} \left[\frac{U_{\text{sat}}}{R} - \frac{u_C(t)}{R} \right]. \quad (35)$$

Řešení této rovnice lze hledat ve tvaru $u_C(t) = Ae^{-t/RC} + B$. Po dosazení předpokládaného řešení do uvedené rovnice a zohlednění počáteční podmínky $u_C(0)$ dostaneme výsledek ve tvaru

$$u_C(t) = U_{\text{sat}} \left[1 - \frac{2R_1 + R_2}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{RC}} \right]. \quad (36)$$

Výsledné napětí tedy exponenciálně narůstá, a to až do doby, kdy začne platit $u_C(T_1) = u_+$. V tom okamžiku se totiž napětí na obou vstupech komparátoru vyrovnají a v příštím okamžiku dojde k překlopení výstupu do záporné saturace. Proto má čas T_1 význam „poloperiody“ kmitů. Z podmínky $u_C(T_1) = U_{\text{sat}} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ dostaneme po dosazení

$$U_{\text{sat}} \left[1 - \frac{2R_1 + R_2}{R_1 + R_2} e^{-\frac{T_1}{RC}} \right] = U_{\text{sat}} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (37)$$

a po algebraických úpravách vychází

$$(2R_1 + R_2)e^{-\frac{T_1}{RC}} = R_2, \quad (38)$$

což dává po další úpravě

$$T_1 = RC \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right). \quad (39)$$

Protože obvod je symetrický, dostali bychom stejný výraz i pro druhou půlperiodu T_2 . Výsledná perioda kmitů je proto

$$T = T_1 + T_2 = 2RC \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right). \quad (40)$$

Oscilátor s Wienovým článkem Oscilátory jsou obvody, které na výstupu vytvářejí definovaný, časově proměnný periodický průběh napětí $u(t)$, zpravidla sinusový. V principu je oscilátor zesilovač zapojený tak, aby v něm silná kladná vazba způsobila nestabilitu a zesilovač rozkmitala. Pokud by použitá vazba nebyla frekvenčně závislá, mohl by obvod kmitat na jakékoliv frekvenci. Protože je žádoucí mít přesně definovanou frekvenci kmitání, musí se ve zpětné vazbě (zpravidla v kladné) použít tzv. pásmová propust. Pásmová propust je obvod, který ze vstupu na výstup propustí jen přesně definované pásmo frekvencí. Běžně používané pásmové propusti jsou pasivní články – dvojbrany – složené z rezistorů a kondenzátorů. Jejich přenosová funkce není ve frekvenčním pásmu, které se propuští na výstup, konstantní, ale mívá jedno, nejlépe ostré, maximum, které je vždy menší než jedna.

K tomu, aby obvod mohl kmitat, musí jeho celková zpětná vazba být větší než 1 a fázový posuv, který zpětná vazba vnáší, musí být roven $k \cdot 360^\circ$. Protože pasivní propusti mají přenos menší než jedna, je nutné do obvodu kromě propusti zařadit ještě zápornou zpětnou vazbu, která zajistí celkový přenos větší nebo rovný jedné. Zapojení oscilátoru s nejběžněji používanou propustí – Wienovým článkem, je na obr. 14b). Samotný článek je tvořen dvěma rezistory R a dvěma kondenzátory C a jeho přenos je maximální při frekvenci $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$. V maximum dosahuje přenos hodnoty $A(f_0) = \frac{1}{3}$. Proto je nutné zapojit zápornou zpětnou vazbu z rezistorů R_1 a R_2 tak, aby pro zesílení platilo $A_{\text{zzv}} = \frac{R_1}{R_2} + 1 = 3$. Pak je *právě pro jedinou frekvenci* f_0 splněna podmínka $A(f) \cdot A_{\text{zzv}} \geq 1$ a obvod může na této frekvenci kmitat, bude-li zároveň splněna fázová podmínka. Protože je posuv fáze u Wienova článku na f_0 nulový, je podmínka splněna a výstupní napětí osciluje s frekvencí f_0 . Aby bylo rozkmitání zaručeno, nastavuje se zesílení záporné vazby mírně větší než 3.

- Charakteristickou vlastností oscilátoru je skutečnost, že nemá žádný vstup, pouze výstup. K rozkmitání obvodu dojde zesílením počátečního impulzu vyvolaného šumem.
- Zapojení s Wienovým článkem sice přesně definuje frekvenci kmitání, ale amplituda kmitů je libovolná (od startu oscilací nejprve narůstá, pak se někde ustálí). To pro praktické aplikace není žádoucí, spíše požadujeme udržení předem definované, konstantní hodnoty. Stabilizace amplitudy se dosáhne nahrazením rezistoru R_1 prvkem, jehož odpor závisí na procházejícím proudu (a tedy na výstupním napětí). Tím může být třeba perličkový termistor nebo žárovka. Zvýší-li se výstupní napětí, odpor prvku klesne a tím poklesne i zesílení $\frac{R_1}{R_2} + 1$ a amplituda se opět sníží.

- V principu lze oscilátor sestavit s jakoukoliv pásmovou propustí (např. T-článkem), zavedeme-li dostatečně silnou kladnou zpětnou vazbu. Naopak, pokud síla vazby poklesne a převáží záporná vazba, přestane obvod kmitat a obvod by se choval jako pásmová propust (pokud by měl vstup).
- Jednoduché oscilátory, jako je zde uvedený, vytvářejí sinusový signál s relativně velkým zkreslením. Další nepřesnost vytváří způsob ladění – musíme totiž vždy ladit dva prvky současně ($2 \times R$ nebo $2 \times C$). Pokud není souběh ladění dokonalý, vzniká přídatné zkreslení. Pro generaci přesné sinusovky je třeba použít složitější postupy.

Odvození přenosu symetrického Wienova článku Článek má tvar impedančního děliče napětí, který má přenos $\hat{A} = \frac{\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2}$, kde \hat{Z}_1 je „sériová“ a \hat{Z}_2 „paralelní“ kombinace, tj. $\hat{Z}_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$ a $\frac{1}{\hat{Z}_2} = \frac{1}{R} + j\omega C$. Po dosazení a úpravách dostaneme pro modul přenosu vztah

$$|\hat{A}| = \left(\sqrt{9 + \left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC} \right)^2} \right)^{-1}.$$

Protože je ve jmenovateli součet dvou kladných čísel, maximální přenos bude odpovídat nulové závorce. Z toho dostaneme rezonanční podmínku $\omega_0 = \frac{1}{RC}$. Po dosazení vyjde velikost přenosu $A(\omega_0) = \frac{1}{3}$.

2. Reálný operační zesilovač

Reálné OZ vykazují odchylky od chování ideálního OZ, které se charakterizují pomocí číselných „chybových“ parametrů. Tyto chyby se dají rozdělit do dvou skupin:

1. *aditivní chyby* se projeví posunem výstupního napětí, který je nezávislý na vybuzení a lze je modelovat náhradními zdroji;
2. *multiplikační chyby* se projeví změnou efektivní hodnoty zesílení.

2.1. Vlastnosti reálných OZ

1. *Přenosová charakteristika* (obr. 16a) vyjadřuje závislost $u_{\text{out}} = f(u_{\text{d}})$, její graf vykazuje aktivní oblast (přibližně lineární) a oblast saturace. Zpravidla bývá souměrná kolem vodorovné osy, ale saturační napětí se mohou lišit. Protože operační zesilovač většinou pracuje s $u_{\text{d}} \approx 0$, záleží hlavně na linearitě charakteristiky v počátku.
2. *Diferenční zesílení* je dáno strmostí přenosové charakteristiky v aktivní oblasti,

$$A_0 = \frac{\Delta u_{\text{out}}}{\Delta u_{\text{d}}} = \frac{\Delta u_{\text{out}}}{\Delta(u_+ - u_-)}. \quad (41)$$

Zesílení může mít teoreticky různé hodnoty pro $u_+ = \text{konst.}$ a $u_- = \text{konst.}$

3. *Vstupní zbytkové napětí* (ofset, napěťová nesymetrie) u_{d0} je takové napětí na vstupu OZ, při kterém platí $u_{\text{out}} = 0$. Toto napětí způsobuje posuv přenosové charakteristiky ve vodorovném směru. Nesymetrie je způsobena nevyvážením vstupních obvodů OZ, např. rozdílnými u_{BE} vstupních tranzistorů. Důležitým parametrem není jen u_{d0} , ale také jeho drift¹¹

$$\Delta u_{\text{d0}} = \frac{\partial u_{\text{d0}}}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial u_{\text{d0}}}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial u_{\text{d0}}}{\partial U_{\text{cc}}} \Delta U_{\text{cc}}. \quad (42)$$

Ten obsahuje tři význačné složky:

- teplotní drift (v řádu $\mu\text{V}/\text{K}$) při změně teploty OZ,
 - časový drift (v řádu $\mu\text{V}/\text{měsíc}$), který vyjadřuje časovou změnu vlastností, zpravidla se charakterizuje na několika intervalech (dny, měsíce, roky), přičemž mezi těmito hodnotami není lineární vztah,
 - drift způsobený změnou napájecích napětí (v řádu $10 \mu\text{V}/\text{V}$), protože změna velikosti napájení se může promítat¹² do výstupního napětí, přičemž následky změny kladného a záporného napětí nemusí být shodné. Schopnost OZ ignorovat změny napájení se udává činitelem potlačení změn napájecího napětí (značí se SVR).
4. *Souhlasné zesílení* určuje, nakolik je výstup OZ závislý na skutečných hodnotách napětí jeho vstupů vůči zemi. Souhlasné napětí se definuje často jako¹³ $u_{\text{sn}} = u_+$, nebo $u_{\text{sn}} = \frac{u_+ + u_-}{2}$. V případě ideálního OZ je při $u_+ = u_-$ výstupní napětí vždy nulové, bez ohledu na velikost $|u_+|$ a $|u_-|$. V případě reálného OZ platí při $u_+ = u_-$ rovnice $u_{\text{out}} = f(u_{\text{sn}})$ a souhlasné zesílení se definuje vztahem

$$A_s = \left. \frac{\Delta u_{\text{out}}}{\Delta u_{\text{sn}}} \right|_{u_{\text{d}} = \text{konst.}}. \quad (43)$$

V případě nenulového diferenčního napětí na vstupu je výstupní napětí funkcí dvou proměnných, $u_{\text{out}} = f(u_{\text{d}}, u_{\text{sn}})$, např. v lineární aproximaci lze psát

$$u_{\text{out}} = A_0 u_{\text{d}} + A_s u_{\text{sn}}. \quad (44)$$

5. *Vstupní odpor* OZ se dělí na dva druhy:

(a) diferenční vstupní odpor R_{d} , který OZ klade diferenčnímu napětí u_{d} , je definován vztahem

$$R_{\text{d}} = \frac{\Delta u_{\text{d}}}{\Delta i_{\text{d}}}, \quad (45)$$

¹¹Důležitost driftů plyne z toho, že samotné u_{d0} lze lehce kompenzovat, ale jeho drifty už ne.

¹²Do velikostí saturačních napětí se promítne vždy.

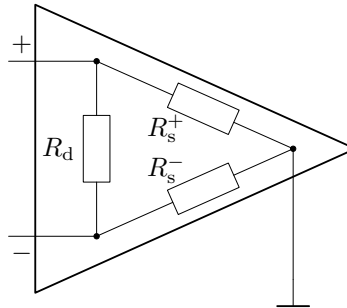
¹³Lze jej definovat jako libovolnou lineární kombinaci u_+ a u_- . Protože ve většině aplikací je $u_+ \approx u_-$, různé definice se svou velikostí příliš neliší.

(b) souhlasný vstupní odpor R_s , který OZ klade souhlasnému napětí u_{sn} , je definován vztahem

$$R_s = \frac{\Delta u_{sn}}{\Delta(i_+ + i_-)} \quad (46)$$

při spojených vstupních svorkách.

U dobrého OZ by mělo vždy platit $R_s \gg R_d$, tj. „odstínění“ vstupů od země by mělo být lepší než mezi vstupy navzájem.



Obrázek 15: Schéma vnitřních vstupních odporů OZ.

6. *Vstupní proudy* se udávají opět dva:

- (a) vstupní klidový proud i_I se definuje při jednom vstupu uzemněném a druhém na takovém napětí, aby výstupní napětí bylo nulové. Klidový proud pak odpovídá aritmetickému průměru proudů i_+ a i_- tekoucích za daných podmínek do vstupů OZ,
- (b) vstupní chybový proud i_0 je takový proud, který je nutno přivést na vstupy OZ, aby při nulovém souhlasném napětí bylo výstupní napětí nulové. Platí pak $i_0 = i_- - i_+$.

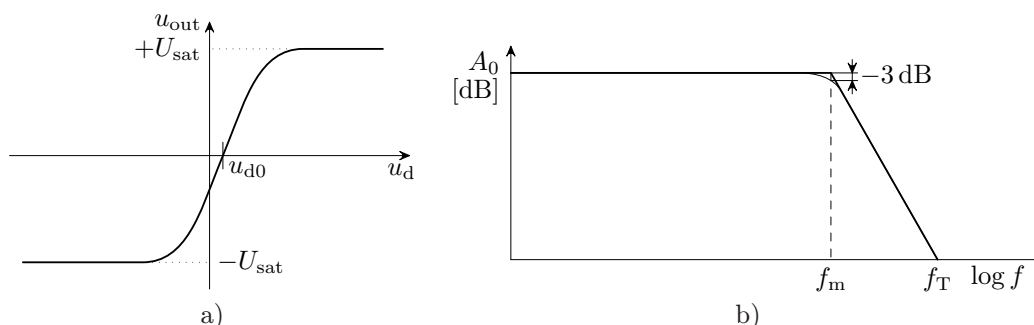
Oba vstupní proudy lze kompenzovat, proto jsou zase důležité jejich teplotní a časové drifty.

- 7. *Výstupní odpor* R_{out} udává vnitřní odpor napěťového zdroje na výstupu OZ. Při vyšších frekvencích může mít charakter obecné impedance.
- 8. *Frekvenční charakteristika* (obr. 16b) udává frekvenční závislost přenosu $A(\omega)$, u většiny OZ má charakteristika v aktivním pásmu jen jeden zlom s poklesem -20 dB/dek., další zlomy jsou mimo toto pásmo. Frekvenční závislost OZ lze proto modelovat integračním článkem, tj.

$$\hat{A}(f) = \frac{A_0}{1 + jf/f_m} \quad (47)$$

Místo, ve kterém poklesne zesílení o 3 dB vzhledem ke stejnosměrnému zesílení A_0 , určuje *mezní kmitočet* f_m . Kmitočet, při kterém je jednotkové zesílení¹⁴, se označuje jako *tranzitní kmitočet* f_T . V oblasti mezi f_m a f_T přibližně platí $f_T = A_0 f_m$.

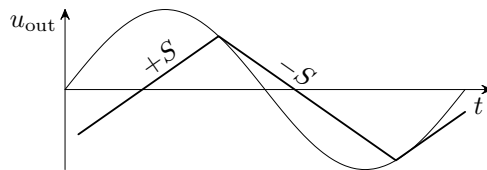
Při vyšších frekvencích však musíme zahrnout i parazitní kapacity, které se přidávají paralelně k R_d i R_s , což opět ovlivní přesný tvar přenosu.



Obrázek 16: Reálný operační zesilovač: a) přenosová charakteristika, b) frekvenční charakteristika.

¹⁴Při menším zesílení už nebude OZ schopen pracovat jako zesilovač a nebude schopen generovat kmitů.

9. *Přechodová charakteristika* udává odezvu výstupu na jednotkový skok. V souvislosti s tvarem této charakteristiky se udávají některé významné parametry:
- doba ustálení* udává interval, který uplyne od přiložení jednotkového napěťového skoku na vstup OZ do doby, kdy výstupní napětí naposledy vystoupí z chybového pásma okolo ideální hodnoty.
 - doba náběhu* udává interval, který uplyne od přiložení jednotkového napěťového skoku do doby, než zareaguje výstup OZ.
 - překmit* je rozdíl mezi maximální a ustálenou hodnotou výstupního napětí po přiložení jednotkového skoku.
 - rychlost přeběhu* S určuje maximální změnu¹⁵ výstupního napětí za jednotku času. Aby totiž mohlo růst výstupní napětí, musí se nabíjet všechny působící kapacity (i parazitní). Pro nabíjení je ale k dispozici pouze konečná velikost proudu, a proto někdy napětí na kapacitách roste pomaleji, než by bylo třeba. Pokud jsou podmínky takové, že by výstupní napětí mělo růst rychleji, než dovoluje rychlost přeběhu, bude výstupní napětí v daném okamžiku zkresleno. Při velkém nepochybně může být na výstupu např. místo sinusového průběhu trojúhelníkové napětí (obr. 17). U sinusového napětí je rychlost změny napětí závislá na frekvenci a amplitudě napětí



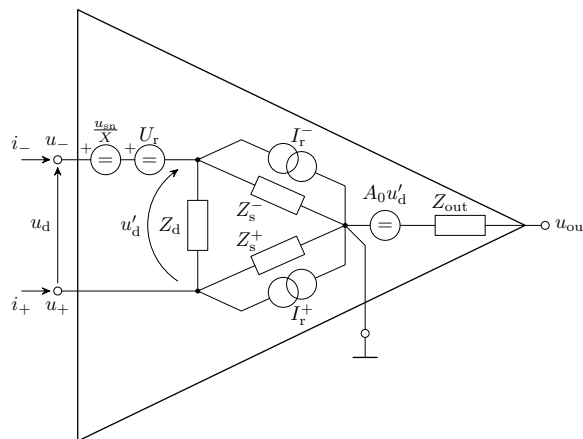
Obrázek 17: Omezující vliv rychlosti přeběhu.

U_0 , a lze proto určit maximální kmitočet

$$f_p = \frac{S}{2\pi U_0}, \quad (48)$$

který se při daných parametrech U_0 a S ještě přenesou nezkresleně. Všechny vyšší frekvence už budou deformované. Frekvence f_p se označuje jako *jmenná výkonová frekvence* a je alternativním vyjádřením téhož omezení. Rychlost přeběhu se projevuje především u velkých signálů.

10. *Doba zotavení* určuje, jak dlouho OZ trvá, než se vzpamatuje z předchozího přebuzení.



Obrázek 18: Lineární model operačního zesilovače.

Model reálného operačního zesilovače Když známe základní vlastnosti reálného operačního zesilovače, můžeme se pokusit sestavit vhodný náhradní model, kterým můžeme při analýze obvodů operační zesilovač nahradit. Jako u všech modelů, i zde si musíme být vědomi, že nepopisuje celé chování součástky, ale jen její vybrané složky, a to ve zvolené oblasti. Zpravidla si vystačíme s *lineárním modelem*, který obsahuje lineární rezistory a napěťové a proudové zdroje. Vhodný lineární model je uveden na obr. 18.

¹⁵Obecně může být S závislé na směru změny, tj. mít jinou hodnotu pro pokles a růst napětí.

Napěťový zdroj U_r zahrnuje všechna rušivá napětí (např. napěťovou nesymetrii i šum), obdobně zdroje proudu I_r^- a I_r^+ zahrnují všechny rušivé proudy. Parametr $X = A_0/A_{sn}$ je činitel potlačení souhlasného napětí. Všimněte si, že v modelu není zahrnuto nelineární chování, např. existence saturačního napětí.

Model neinvertujícího zesilovače Výše uvedený model operačního zesilovače lze využít k řešení konkrétních zapojení. Ve většině případů je ovšem zbytečné používat celý model, ale použije se v určitém zjednodušení. Jen pro ukázkou pracnosti používání celého modelu předpokládejme zapojení neinvertujícího zesilovače, který je buzen ze zdroje u_{in} a je zatížen rezistorem R_z . V [2] je uveden následující vztah mezi vstupním napětím u_{in} a výstupním napětím u_{out} :

$$u_{out} \left\{ 1 + \frac{1}{A_0} \left[1 + \frac{R_2}{R_1 \| Z_d \| Z_s^-} + \frac{Z_0}{R_z} \left(1 + \frac{R_2 + R_z}{R_1 \| Z_d \| Z_s^-} \right) \right] \right\} = u_{in} \left[\left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) \left(1 + \frac{1}{X} \right) + \frac{R_2}{Z_s} + \frac{Z_0}{A_0} \left(\frac{1}{Z_d} + \frac{1}{X(Z_d \| Z_s)} \right) \right] + U_r \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 + \frac{Z_0}{A_0(Z_d \| Z_s^-)} \right) + I_r^- R_2 \left(1 - \frac{Z_0}{A_0 R_2} \right). \quad (49)$$

Tento výsledek má mnohem složitější strukturu než idealizovaný výsledek

$$u_{out} = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) u_{in}. \quad (50)$$

2.1.1. Katalogové údaje

Výrobce OZ udává pro daný typ řadu údajů, které charakterizují vlastnosti zesilovače a podmínky pro jeho činnost.

- *Mezní napájecí napětí* udává jednak nejvyšší napětí, které je možno přivést na napájecí svorky OZ, jednak nejnižší napájecí napětí, při kterém je OZ ještě schopen funkce. Na velikosti napájecího napětí závisí samozřejmě řada dalších parametrů OZ, například saturační napětí. U napájení je také nutno udat, zda se vyžaduje symetrické napájení.
- *Klidový napájecí proud* udává odběr v ustáleném stavu OZ.
- *Mezní vstupní napětí* udává maximální hodnotu vůči zemi, která může být přivedena na vstup OZ, velikost závisí i na konkrétním napájecím napětí, zpravidla nesmí být vstupní napětí větší než napájení.
- *Mezní rozdílové napětí* omezuje maximální rozdíl napětí na invertující a neinvertující vstupu. U některých typů může být značně menší než mezní vstupní napětí.
- *Rozkmit výstupního napětí* zpravidla bývá symetrický kolem nuly.
- *Mezní stálý výkon* udává výkon, který je zesilovač schopen dodat.
- *Maximální výstupní proud* udává proud, který je schopen vytékat z výstupu OZ. Tento proud může omezovat činnost zpětné vazby (souvislost s rychlostí přeběhu).
- *Odolnost proti zkratu* udává, zda je možno připojit výstup OZ trvale proti zemi.
- *Činitel potlačení souhlasného napětí* CMR (common mode rejection) je definován poměrem diferenčního a souhlasného zesílení,

$$\text{CMR} = \frac{A_d}{A_s}, \quad (51)$$

zpravidla se udává v dB.

- Dále se udávají parametry kopírující výše uvedené vlastnosti reálného OZ, např. diferenční zesílení¹⁶, proudová a napěťová nesymetrie apod. Údaje v katalogu vždy bývají vztaheny k referenčním hodnotám nebo zapojením (např. pro danou hodnotu zatížení R_L).
- Důležité jsou také parametry popisující okolní podmínky (pracovní teplota) a mechanické vlastnosti (typ pouzdra, označení vývodů)

¹⁶I když je zesílení bezrozměrné, často bývá vyjádřeno ve V/mV.

2.2. Typy OZ

Operační zesilovače lze třídit do skupin podle různých kritérií.

Podle použití: protože ideální OZ neexistuje, klade se u různých typů OZ důraz na specifické parametry. Rozlišují se:

- zesilovače pro obecné použití, u kterých se neklade důraz na žádný parametr;
- zesilovače přístrojové, u kterých se klade důraz na přesnost a velikost zesílení, zmenšení napěťové nesymetrie, malé vstupní proudy, dobrou časovou stálost, a to za cenu horších dynamických vlastností;
- rychlé zesilovače s co nejvyšším tranzitním kmitočtem a rychlostí přeběhu a malou dobou ustálení;
- pro velké výstupní proudy, napětí či výkony;
- komparátory – důležitým parametrem je rychlost porovnání, výstup bývá uzpůsoben logice TTL nebo CMOS; tento typ je přímo určen pro práci v saturaci.

Podle technologie: každý operační zesilovač obsahuje několik zesilovacích stupňů. Podle toho, jak jsou stupně vzájemně vázány, lze rozlišovat OZ s přímou vazbou nebo s modulací. Nejčastěji používané OZ s přímou vazbou používají principiálně stejné schéma, ale liší se typem vstupních tranzistorů:

- OZ s bipolárními tranzistory mají malý technologický rozptyl parametrů, menší tepelný drift, značné potlačení souhlasného signálu a malou spektrální hustotu napěťových šumů, ale mají malý vstupní odpor, velké vstupní proudy a velkou spektrální hustotu šumových proudů;
- OZ s unipolárními tranzistory mají malý klidový proud, velké vstupní odpory, velkou hodnotu mezního diferenčního napětí, malou spektrální hustotu šumových proudů, ale velký rozptyl napěťové nesymetrie, velké drifty, šumová napětí mají výrazné pásmo $1/f$ a malou strmost vstupního dílu (malé potlačení souhlasných signálů).

Podle zapojení: lze OZ rozdělit do tří skupin.

- *Diferenční napěťový zesilovač* (např. $\mu A 741$) – klasické schéma, jemuž je věnována většina tohoto textu.
- *Nortonův zesilovač* (např. LM3900) – se používá v případech, kdy je třeba nesymetrického napájení, stačí nižší zesílení a nejsou kladeny požadavky na stejnosměrné vlastnosti. Nortonův zesilovač v podstatě vyrovnává vstupní proudy (v ideálním případě má nulový vstupní odpor), ideálně je proud báze vstupního tranzistoru $I_B = I_- - I_+ = 0$. Je pro něj charakteristické, že oba vstupy jsou na napětí U_{BE} vstupních tranzistorů. V obvodech nejsou diferenční napěťový a Nortonův zesilovač obecně zaměnitelné, existují zapojení, která pracují jen s konkrétním typem (například usměrňovač z [1, str. 425] funguje jen s Nortonovým zesilovačem, s napěťovým zesilovačem pracuje jako sledovač). Proto má Nortonův zesilovač schematickou značku doplněnou o symbol diody.
- *Zesilovač s proudovou zpětnou vazbou* – oproti prvnímu typu, ve kterém je výstup ovlivněn vstupním napětím, je v zesilovačích s proudovou zpětnou vazbou výstupní napětí odvozené od vstupního proudu. Výstupní napětí je dáno vztahem $u_{out} = -Zi_d$, kde i_d je proud, tekoucí do invertujícího vstupu. Impedance Z je charakteristikou zesilovače s proudovou zpětnou vazbou a má pro něj stejný význam, jako A_0 u napěťového zesilovače. Výhody zesilovače s proudovou vazbou ilustrujeme na případě neinvertujícího zesilovače s rezistory R_1 a R_2 a s požadovaným zesílením $A = \frac{R_2}{R_1} + 1$. Sestavíme-li zesilovač s použitím napěťového zesilovače, zjistíme, že mezní frekvence f_m zesilovače bude klesat s růstem požadovaného zesílení A . V případě použití proudové vazby závisí mezní frekvence jen na rezistoru R_2 , a proto můžeme pro dané A vždy zvolit vyhovující kombinaci R_1 a f_m . V případě velkých signálů je největším přínosem odstranění omezení souvisejícího s rychlostí přeběhu výstupního napětí.

Zesilovače s proudovou vazbou mají také některé nevýhody. Obecně lze doporučit použití tohoto zesilovače jen tam, kde využijeme výše uvedených výhod; v ostatních případech je lepší zůstat u napěťového zesilovače. Obvodové řešení s proudovým a napěťovým zesilovačem je v principu stejné, proto nemají odlišnou schematickou značku. Více informací lze najít v [2, dodatek B].

2.3. Šumy

V každém elektronickém obvodu mohou působit různé zdroje a různé druhy šumů. Jejich účinky se, vzhledem ke statistické nezávislosti jednotlivých šumů, vždy sčítají a uvažují se bez znaménka. Zpravidla se sčítají kvadráty efektivních hodnot šumů. Protože efektivní hodnoty některých šumů závisí na šířce pásma, ve kterém šum působí, udává se zpravidla *výkonová spektrální hustota* šumu. Šum, který má hustotu konstantní, se označuje jako *bílý šum*. Pro posouzení obvodů v přítomnosti frekvenčně závislých šumů se používá *efektivní šířka pásma*, která odpovídá šířce takové ideální propusti, která propustí stejnou energii šumu.

Rozlišují se tyto základní druhy šumu:

1. *tepelný šum* s výkonovou spektrální hustotou $u_t^2 = 4kTR$ je následkem tepelných fluktuací, má charakter bílého šumu a nezávisí na obvodových veličinách;
2. *výstřelový šum* vzniká při průchodu proudu otevřeným přechodem PN (jako důsledek náhodného vzniku či rekombinace páru elektron-díra), má proudový charakter a jeho výkonová spektrální hustota, závisící na procházejícím proudu dle vztahu $i_v^2 = 2eI$, má charakter bílého šumu;
3. *blikavý šum* $1/f$ vzniká v oblasti přechodu báze-emitor a jeho spektrální hustota s frekvencí klesá se sklonem -20 dB/dek, blikavý šum se často neuvažuje samostatně, ale zahrnuje se jako korekce do předchozích šumů (např. $4kTR(1 + f'/f)$, kde f' je poloha kolena ve spektru);
4. *praskavý šum* se vyznačuje skoky mezi diskrétními šumovými úrovněmi a má charakter proudového šumu.

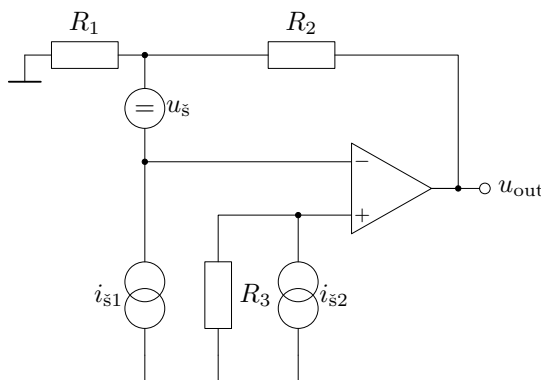
Šumy, které mají proudový charakter, se výrazně uplatňují v případech, kdy je zapojen velký odpor, na které vzniká velké napětí. Proto je vhodné používat generátory s malým vnitřním odporem. Mnoho OZ je optimalizováno spíše na napěťový šum než na proudový.

Zohlednění šumu Uvažujme bezšumový operační zesilovač zapojený jako neinvertující zesilovač s příslušnými proudovými a napěťovými zdroji šumu a bez zdroje signálu (obr. 19). Vypočítejme nyní výstupní šumové napětí. V prvním kroku potřebujeme převést šumové proudy na napětí, k čemuž je nutné určit, do kterého odporu proudový zdroj dodává proud. V případě i_{s2} je to jednoduché, napětí se vytváří jen na R_3 a pro čtverec napětí platí $u_{s2}^2 = R_3^2 i_{s2}^2$. V případě i_{s1} proud prochází dvěma rezistory R_1 a R_2 , které jsou vůči zdroji proudu zapojeny paralelně. Vychází tedy $u_{s1}^2 = (R_1 \parallel R_2)^2 i_{s1}^2$. Čtverec šumového napětí zdroje šumu je jednoduše u_s^2 . Všechny tyto složky se sečtou¹⁷ a odmocněný výsledek dává vstupní šumové napětí zesilovače,

$$u_{s0} = \sqrt{u_s^2 + (R_1 \parallel R_2)^2 i_{s1}^2 + R_3^2 i_{s2}^2}. \quad (52)$$

Toto napětí se zesílí a na výstupu se projeví jako výstupní šumové napětí o velikosti

$$u_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \sqrt{u_s^2 + (R_1 \parallel R_2)^2 i_{s1}^2 + R_3^2 i_{s2}^2}.$$



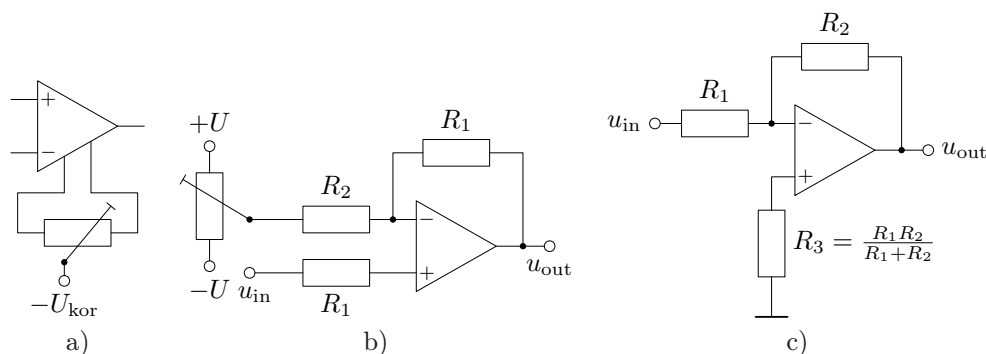
Obrázek 19: Schéma neinvertujícího zesilovače se zdroji šumu.

¹⁷Protože je uvažujeme vzájemně nezávislé šumové zdroje, nebereme ohled na fakt, že zdroj i_{s2} vytváří napětí na jiném vstupu než ostatní dva zdroje a všechny složky sečteme.

2.4. Zásady pro práci a konstrukci obvodů s OZ

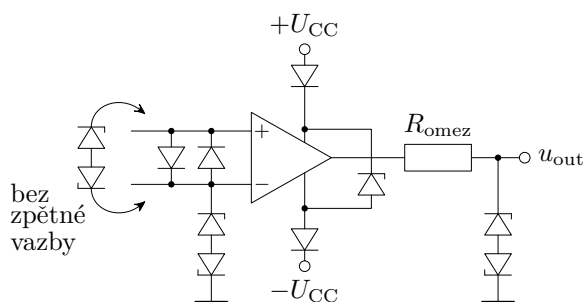
Pro „papírovou“ práci s operačními zesilovači vystačíme s výše uvedenými parametry a vlastnostmi operačního zesilovače. Při realizaci obvodů ale musíme zohlednit některé konstrukční aspekty. Níže je uveden přehled některých z nich.

- kompenzace nedokonalostí
 1. napěťovou nesymetrii lze kompenzovat podle zapojení výrobce, zpravidla se zasahuje do vyvážení vstupního obvodu operačního zesilovače pomocí zvláštních vývodů¹⁸ nebo se přidává pomocné napětí.
 2. při nulové proudové nesymetrii lze kompenzovat nenulové vstupní proudy tím, že v obou větvích budou zapojeny stejné odpory ($R_3 = R_1 \parallel R_2$), čímž budou vznikat stejné napěťové úbytky. Ale – v souladu s přechází kapitolou – odpor R_3 bude také zvyšovat úroveň šumu.



Obrázek 20: Kompenzace napěťové nesymetrie a) pomocí korekčních vývodů, b) přivedením pomocného napětí (u napěťového sledovače) a c) kompenzace proudové nesymetrie (u invertujícího zesilovače).

- ochrana vstupu a výstupu¹⁹
 1. ochrana *napájení* proti přepólování se zajistí diodami a ochrana proti přepětí jednou Zenerovou diodou.
 2. *výstup* OZ lze chránit malým odporem $R_{omez} = 50 \Omega$, který zabrání přetížení (u některých OZ není třeba), vhodnou hodnotu doporučuje výrobce.



Obrázek 21: Principiální schéma ochrany vstupu, výstupu a napájení operačního zesilovače.

3. *rozdílové napětí* se omezí antiparalelní kombinací diod mezi vstupy – při $u_d = 0$ se diody neuplatní, v případech bez zpětné vazby lze antisériově zapojit Zenerovy diody. Charakter diod musí odpovídat aplikaci, např. rychlé spínací diody.
4. vstupní a výstupní *napětí vůči zemi* se omezí antisériově zapojenými Zenerovými diodami, ale je třeba počítat se sníženým souhlasným odporem.

Schéma uvedené na obr. 21 je však třeba považovat za „přechráněné“, v praxi je zapotřebí většinou jen část ochrany. To však nemusí platit v souvislosti s tzv. *elektromagnetickou kompatibilitou*, která vyžaduje odolnost zapojení (přístroje) vůči definovanému vnějšímu elektromagnetickému rušení.

¹⁸ Je třeba respektovat doporučení výrobce, protože vývody nemívají žádnou ochranu.

¹⁹ Některé z dále uvedených ochranných prvků mohou být zahrnuty v samotném operačním zesilovači.

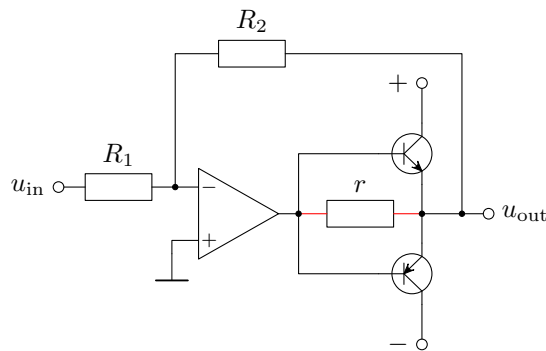
Z toho důvodu bývají obvody s operačními zesilovači doplňovány řadou kondenzátorů (zpravidla keramických s hodnotami 100 pF–100 nF). Problematika elektromagnetické odolnosti je obecně složitá a nebudeme se jí dále věnovat.

Místo antisériově zapojených Zenerových diod lze použít speciální součástky – *supresorové diody* (transily), které jsou optimalizovány na ochranu proti přepětí, především mají kratší reakční dobu. Nevýhodou je jejich velká kapacita, která ztěžuje použití při vysokofrekvenčních aplikacích.²⁰

- kmitočtová korekce – zaručuje stabilitu zapojení, aby nedošlo k rozkmitání zařízení. Mnohé operační zesilovače mají speciální vývody pro připojení korekční kapacity, která sice zvýší stabilitu, ale zase sníží zesílení v oblasti středních kmitočtů.
- napájení – je zpravidla vyžadováno symetrické. Nejlepším způsobem realizace je použití transformátoru se střední odbočkou. Je-li k dispozici pouze nesymetrický zdroj, lze vyrobit umělou nulu, ale ta má horší vlastnosti. Například lze zapojit odporový dělič napětí ze dvou shodných rezistorů. Napětí mezi rezistory bude definovat nulový potenciál. Ovšem když k děliči připojíme zesilovač, může vlivem jeho funkce dojít k nesymetrickému zatížení obou rezistorů, což se projeví nežádoucím posuvem nuly.

Dobrou praktikou je definovat na neinvertujícím vstupu úroveň souhlasného napětí, proto musí být připojen vůči zemi konečným odporem, jinak výstup „courá“ v čase.

- zvýšení výstupního proudu – většina zesilovačů je schopna dodat jen malý výstupní proud. Je-li potřeba většího proudu, lze (kromě použití speciálního OZ) proud zvýšit zapojením komplementární dvojice tranzistorů dle obr. 22. Všimněte si, že zpětná vazba je uzavřena až za tranzistory, a proto je celé zapojení stále lineární. Toto jednoduché zapojení ale zkresluje při malých proudech, protože nedojde k otevření tranzistorů. Proto se obvod doplňuje malým příčným rezistorem r .



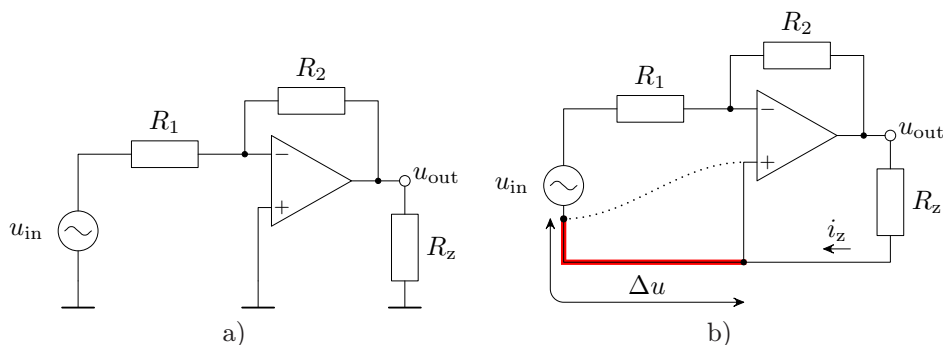
Obrázek 22: Jednoduchý způsob zvýšení výstupního proudu.

- uzemnění – průchodem proudů po zemnicích vodičích vznikají úbytky napětí, které mohou působit jako parazitní zpětné vazby. Uvažujme zapojení invertujícího zesilovače podle obr. 23a), kde je naznačeno několik uzemnění. Když budeme takový zesilovač realizovat, musíme samozřejmě země vzájemně propojit tak, jak je naznačeno na obr. 23b), v němž čáry už představují konkrétní dráty. Vidíme, že proud i_z z výstupu zesilovače přes zátěž se vrací zpět ke zdroji u_{in} . Protože protéká drátem, který má nenulový měrný odpor ρ , bude na drátu vznikat napěťový úbytek úměrný délce drátu. Na červeně vyznačené oblasti tedy vznikne úbytek Δu , který bude působit, jako by k neinvertujícímu vstupu byl připojen ještě jeden zdroj napětí. To by příliš nevadilo, pokud by úbytek byl konstantní. Protože je však $\Delta u \sim u_{out}$, zavádí se tímto *kladná zpětná vazba*, která jednak ovlivňuje funkci zesilovače, jednak může snížit jeho stabilitu.

Snížit vliv parazitní vazby lze jen tím, že snížíme velikost Δu , tedy snížíme délku části drátu, kterou „sdílí“ i_z a neinvertující vstup. To znamená, že drát fyzicky připojíme až těsně u zdroje u_{in} , jak je naznačeno tečkovaně. Zobecněním uvedeného postupu je doporučení spojovat všechny zemnicí dráty jen v jediném bodě, aby se nevytvářely zemnicí smyčky.

- snížení vlivu rušení, která nevznikají přímo v OZ, ale promítají se do funkce z okolí:
 1. *kapacitní vazba* – mezi všemi vodivými předměty, které jsou na různých potenciálech, vzniká parazitní kondenzátor, který může ovlivňovat činnost obvodu. Kapacitní vazbu lze odstranit elektrostatickým odstíněním obvodu, vstupů a transformátorů buď umístěním do Faradayovy

²⁰Obecně lze říci, že jakákoliv ochrana zhoršuje některé vlastnosti zapojení.



Obrázek 23: Vliv zemnicích smyček – a) schéma invertujícího zesilovače, b) reálné zapojení.

klece, nebo alespoň umístěním nad vodivou deskou²¹. Při extrémní citlivosti lze zařízení napájet z baterie.

2. *induktivní vazba* – souvisí s existencí okolního časově proměnného magnetického pole, které dle zákona elektromagnetické indukce vytváří ve vodičích indukované napětí, opět ovlivňující činnost obvodu. Induktivní vazba se odstraňuje složitě (nelze dokonale odstínit magnetické pole), např. lze ovlivnění snížit zmenšením rozměrů plošného spoje (poklesne plocha obvodu a tím i indukované napětí), zkrácením a zkrucením a zkroucením přívodních vodičů, magnetickým odstíněním transformátoru, přemístěním zdroje rušení apod.
3. *jiskření kontaktů* – zvláštní druh rušení vzniká tam, kde se mechanicky přerušují proudové cesty (relé, stykače apod.), při čemž opakovaně vznikají elektromagnetické oblouky, generující široké spektrum (až 100 MHz) rušivých frekvencí. Zde je jediným rozumným řešením odstranit jiskření nebo jej oddálit.
4. *napájecí napětí* – kvalita napájecího napětí může také ovlivnit funkci zařízení, především vysoké frekvence se snadno přenášejí na výstup OZ. K eliminaci se používají stabilizátory napětí a filtrace pomocí kondenzátorů u přívodů.
5. *Další vlivy:* z okolního prostředí může pocházet celá řada dalších rušivých podnětů. I když se zdá, že *mechanické vibrace* by neměly mít velký vliv na elektronické obvody, mohou se nežádoucím způsobem projevovat rozpojováním kontaktů, vznikem nábojů třením apod. Nejlepší eliminací je odstranění zdroje vibrací, nebo použití tlumení a odolné konstrukce (např. přišroubovat konektory místo zasunutí). *Termoelektrické napětí* se může projevit všude tam, kde dochází ke změnám teploty (okolní i vlivem provozu zařízení) a zpracovávají se malé signály. Eliminaci lze provést teplotní stabilizací, vhodnou volbou materiálů a symetrickou konstrukcí zařízení. Mezi speciální vlivy lze uvést působení *ionizačního záření*, které lze eliminovat krytím, nebo vliv *proměnných svodů*, které se projevují ve vlhkých a prашných prostorech.

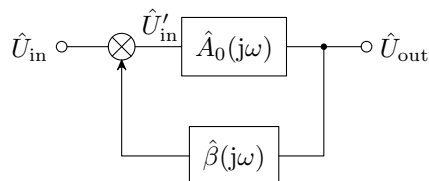
²¹U složitých zapojení se doporučuje používat plošné desky nejméně se dvěma vrstvami, z nichž jedna se nechá souvislá a slouží jako stínění.

3. Operační síť

Operační zesilovač se ve většině případů nepoužívá samostatně, ale zapojený do sítě dalších prvků. Taková síť se pak označuje jako *operační síť* a popisuje se *operační rovnicí*, což je vyjádření závislosti mezi vstupem a výstupem operační sítě. Operační síť lze klasifikovat podle různých hledisek, např. podle frekvenční závislosti, podle linearit apod. Jak bylo zmíněno v předchozí kapitole, nelineární síť ještě neznamená nelineární operační rovnici.

3.1. Zpětná vazba

Většina operačních sítí OZ používá spojení mezi výstupem a vstupem OZ, a proto se pro její analýzu používá koncept *zpětné vazby*. Není to však jediný možný přístup, vlastnosti daného zapojení lze vyšetřovat i obvyklými metodami, např. metodou uzlových napětí, ale tyto metody jsou velmi složité, zvláště v případech, kdy zpětná vazba vede přes více zesilovačů.



Obrázek 24: Blokové schéma zpětné vazby.

Každá zpětná vazba je charakterizována přenosem $\hat{\beta}(j\omega)$, který udává, jaká část výstupu OZ se přenáší na vstup. Podle charakteru zapojení může mít $\hat{\beta}$ rozměr buď jednotkový nebo V/A či A/V. Zapojíme-li zesilovač, který má přenos \hat{A}_0 , do obvodu zpětné vazby s přenosem $\hat{\beta}$, získáme nový zesilovač se zesílením

$$\hat{A}(j\omega) = \frac{\hat{A}_0(j\omega)}{1 - \hat{\beta}(j\omega)\hat{A}_0(j\omega)}, \quad (53)$$

kde je explicitně vyjádřena frekvenční závislost všech složek. Uvedený vztah²² odvodíme, když si uvědomíme, že zesilovač \hat{A}_0 nezesiluje přímo \hat{U}_{in} , ale napětí $\hat{U}'_{in} = \hat{U}_{in} + \hat{\beta}\hat{U}_{out}$, a tedy platí $\hat{U}_{out} = \hat{A}_0\hat{U}'_{in}$.

Důvod použití zpětné vazby Vyjděme ze vztahu (53), ve kterém budeme uvažovat zesílení \hat{A}_0 tak velké, že lze psát $\hat{A}_0 \rightarrow \infty$. Pak dostaneme

$$\lim_{\hat{A}_0 \rightarrow \infty} \hat{A}(j\omega) = -\frac{1}{\hat{\beta}(j\omega)}, \quad (54)$$

což znamená, že zesílení v tomto případě není vůbec určeno parametry zesilovače, ale závisí pouze na vlastnostech zpětné vazby. To je výhodné, protože zesilovače obsahují polovodičové aktivní prvky, jejichž vlastnosti jsou:

- teplotně závislé, často exponenciálně;
- časově závislé – projevuje se nestabilita přechodů apod.;
- obtížně předpověditelné – parametry polovodičových součástek mají velké rozptyly okolo jmenovité hodnoty (i stovky procent).

Tím, že zapojíme zpětnou vazbu, nebudou mít uvedené nestability součástek aktivního prvku vliv, ale projeví se pouze vlastnosti zpětné vazby. Použijeme-li k její konstrukci pouze pasivní a přesné prvky (rezistory, kondenzátory a cívky), jejichž vlastnosti jsou realizovatelné s velkou přesností a jsou tepelně i časově velmi stálé (např. závislost odporu na teplotě $R_T = R_{T_0}(1 + \alpha\Delta T)$ je lineární), získáme velmi přesný zesilovač, byť s menším zesílením. Tato výhoda se projevuje nejen z hlediska používání obvodu, ale také při nutnosti výměny aktivního prvku a při sériové výrobě.

²²V literatuře se lze setkat i se jmenovatelem ve tvaru $1 + \beta A$; v tom případě se předpokládá, že se zpěnovazební napětí odečítá, jak tomu většinou bývá.

3.2. Vliv zpětné vazby na vlastnosti zesilovače

Zapojením zpětné vazby se změní některé vlastnosti zesilovač jako celku.

Drift zesílení Vlastnosti polovodičových prvků se mění s teplotou a napájecím napětím. Teplota ovlivňuje přímo voltampérové charakteristiky prvků, napájecí napětí pak především polohu klidového pracovního bodu, tj. velikost klidových proudů a napětí. Změny vyvolané změnami okolních podmínek se projevují změnou strmosti převodních charakteristik a ve výsledku *driftem zesílení*.

Uvažujme, jak se změní poměrné zesílení po zavedení zpětné vazby. Vyjdeme ze vztahu (53) (bez frekvenční závislosti) a vyjádříme diferenciál dA vlivem driftu OZ dA_0 . Po diferencování máme

$$dA = \frac{1 - \beta A_0 + \beta A_0}{(1 - \beta A_0)^2} dA_0 = \frac{1}{1 - \beta A_0} \frac{A_0}{1 - \beta A_0} \frac{dA_0}{A_0}$$

a nahradíme-li předposlední zlomek výrazem A , dostáváme po vydělení

$$\frac{dA}{A} = \frac{1}{1 - \beta A_0} \frac{dA_0}{A_0}.$$

Tedy poměr mezi *relativní* změnou zesílení před a po zavedení zpětné vazby je stejný jako poměr přímo mezi zesílením. Dojde-li vlivem zpětné vazby k poklesu zesílení, dojde také k poklesu driftu zesílení a zesilovač se stává stabilnějším. V případě ideálního zesilovače s $A_0 \rightarrow \infty$ je pak drift nulový.

Účinek stabilizace se však projevuje jen tehdy, je-li zesílení velké. K narušení této podmínky může dojít, je-li signál limitován vlivem nelinearit (např. saturace OZ).

Šum Vliv šumu v obvodě se charakterizuje pomocí velikosti užitečného U a šumového U_s napětí poměrem signálu k šumu (signal to noise ratio)

$$\text{SNR} = 20 \log \frac{U}{U_s}. \quad (55)$$

Protože se zpětná vazba projeví poklesem velikostí obou napětí, nemá přímý vliv na potlačení šumu. Přesto může být výhodná nepřímo, protože šumové vlastnosti součástek mohou záviset na jejich pracovních podmínkách, a zpětná vazba umožní jejich optimalizaci.

Přímo se zpětná vazba projeví jen tehdy, je-li na výstupu zesilovače požadován signál s definovanou amplitudou. Protože po zavedení vazby poklesne zesílení, bude nutno pro splnění požadavku na výstupní signál zvýšit výkon generátoru signálu. Pokud se tímto nezmění parametry „generátoru“ šumu, zvýší se i SNR. V případě, kdy ale požadujeme určitou citlivost vstupu, nelze tuto metodu použít.

Nelineární zkreslení Uvažujme, že na vstupu zesilovače je ideální sinusový signál, tedy vstupní zkreslení $k_1 = 0$. Na výstupu je vlivem nelinearit spektrum harmonických s amplitudami U_{2n} . Po zavedení zpětné vazby poklesnou všechny složky $\frac{1}{1 - \beta A_0}$ -krát, a to včetně U_{21} , ale zesílíme-li buzení $(1 - \beta A_0)$ -krát, pak se obnoví původní hodnota U_{21} . Protože ostatní harmonické souvisí spíše s vybuzením nelinearit, a tedy s nastavením pracovních bodů apod., změna buzení jejich amplitudu neovlivní. Pak bude pro výstupní činitel zkreslení platit

$$k_2' = \frac{\sqrt{\left(\frac{U_{22}}{1 - \beta A_0}\right)^2 + \left(\frac{U_{23}}{1 - \beta A_0}\right)^2 + \left(\frac{U_{24}}{1 - \beta A_0}\right)^2 + \dots}}{U_{21}} = \frac{1}{1 - \beta A_0} k_2, \quad (56)$$

kde k_2 je činitel zkreslení výstupního napětí bez zavedení zpětné vazby. Dochází tedy k poklesu zkreslení.

Uvedené vztahy jsou pouze přibližné. Je nutné, aby platila podmínka stálého vybuzení nelinearit, nedocházelo k limitaci signálu a vstupní signál měl malé zkreslení.

Frekvenční charakteristiky Uvažujme přenos zesilovače ve tvaru (53) a sledujme, co se se zesílením děje v závislosti na připojených obvodech. Musíme ovšem rozlišit dva případy zpětné vazby:

1. *frekvenčně nezávislá*: v tomto případě je $\beta(j\omega) = \beta$ a frekvenční závislost je dána jen charakterem $A(j\omega)$. Uvažujme, že v cestě signálu je *integrační členek* s jednou časovou konstantou τ_h (což může být vlastnost samotného OZ). Pak po dosažení

$$A_0(j\omega) = \frac{A_1}{1 + j\omega\tau_h} \quad (57)$$

do vztahu (53) dostaneme

$$A(j\omega) = \frac{A_1}{1 + j\omega\tau_h - \beta A_1}. \quad (58)$$

Při nulové frekvenci dostáváme

$$A(0) = \frac{A_1}{1 - \beta A_1}, \quad (59)$$

tj. zesílení poklesne s faktorem $1 - \beta A_1$. Přepíšeme-li (58) pomocí $A(0)$, získáme

$$A(j\omega) = A(0) \frac{1}{1 + j\omega \frac{\tau_h}{1 - \beta A_1}} = \frac{A(0)}{1 + j\omega\tau'_h}, \quad (60)$$

kde $\tau'_h = \frac{\tau_h}{1 - \beta A_1}$ je nová časová konstanta celého zesilovače. Protože platí $f_h = 1/(2\pi\tau_h)$, znamená tento výsledek, že pokles zesílení vlivem zpětné vazby je doprovázen vzrůstem horní mezní frekvence,

$$f'_h = f_h(1 - \beta A_1). \quad (61)$$

Obdobně, budeme-li uvažovat zařazení *derivačního članku* s jednou časovou konstantou τ_d ,

$$A_0(j\omega) = \frac{A_2}{1 + \frac{1}{j\omega\tau_d}}, \quad (62)$$

získáme pro dolní mezní frekvenci vztah

$$f'_d = \frac{f_d}{(1 - \beta A_2)}. \quad (63)$$

Zařazení kmitočtově nezávislé zpětné vazby, která působí přes jediný integrační a derivační článek, nezmění tvar charakteristiky, ale rozšíří spektrum přenášených kmitočtů.

V případě, že zařadíme články s více časovými konstantami, stává se situace složitější a dochází i ke změnám tvaru frekvenční charakteristiky.

2. *frekvenčně závislá*: v tomto případě je $\beta(j\omega)$ funkcí frekvence a nelze říci nic obecného. Taková vazba se může používat např. k dosažení ploché frekvenční charakteristiky v případě, kdy je přenos samotného zesilovače frekvenčně závislý.

Frekvenčně závislá zpětná vazba se také používá ke korekci stability. Jakýkoliv zesilovač se zpětnou vazbou, který je sám o sobě stabilní, může být stabilní pouze tehdy, jestliže jeho frekvenční charakteristika protíná osu 0 dB se sklonem maximálně -40 dB/dek. To lze interpretovat tak, že systém má max. dvě dominantní časové konstanty, z nichž každá může přispět pouze posuvem 90° a dohromady tedy maximálně 180° , což je hranice stability.

Nyquistovo kritérium stability Systém bude stabilní v tom případě, že polynom, reprezentující jmenovatele zesílení (53), nebude mít nuly. V případě, že zesilovač sám je stabilní, to znamená, že nesmí být nulový výraz $1 - \beta(\omega)A_0(\omega)$. Pro posouzení stability se pak používá hodograf funkce βA_0 , který se kreslí pro frekvence $\omega \in \langle 0, \infty \rangle$ (pro $\omega = \infty$ prochází počátkem). *Systém je stabilní, jestliže při průchodu hodografem od $\omega = 0$ do $\omega = \infty$ leží bod $(1, 0)$ po levé straně charakteristiky.*

Podle tvaru hodografu rozlišujeme systémy:

1. stabilní, jejichž hodografy se nepřibližují k bodu $(1, 0)$, a to s tzv. *úhlem fázové jistoty* ψ ;
2. podmíněčně stabilní, které bod $(1, 0)$ „obepínají“, ale tak, že je stále splněna podmínka stability. Protože podmínka stability platí pro ustálené stavy, může se stát, že se systém stane nestabilním vlivem rušení nebo při zapínání systému;
3. nestabilní, jejichž charakteristika obsahuje bod $(1, 0)$ na pravé straně.

3.3. Druhy zpětné vazby

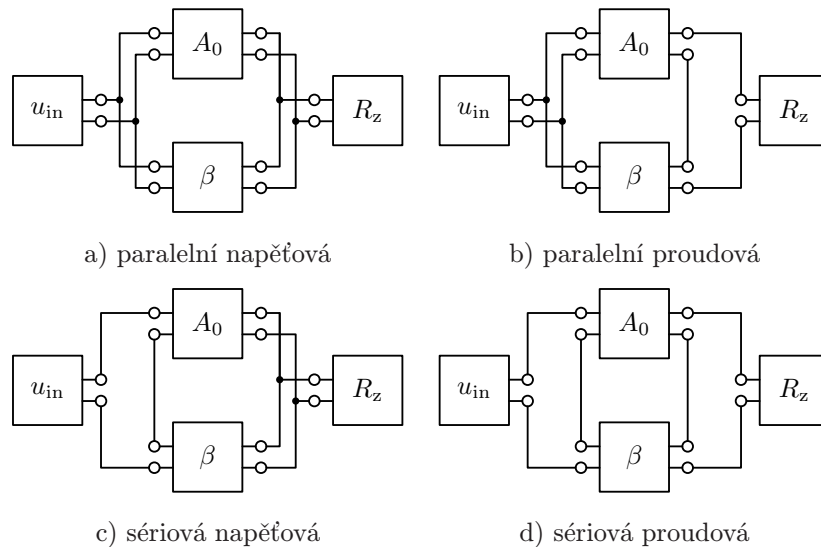
Podíváme-li se na blokové schéma generátoru, zesilovače, zátěže a zpětné vazby, lze rozlišit několik základních druhů vazeb:

1. podle řazení na vazbu sériovou a paralelní, podle toho, jak jsou řazeny generátor, výstup zpětnovazebního članku a vstup zesilovače;

- podle odvození u_β na napětovou nebo proudovou, podle toho, jestli je zpětnovazební napětí odvozeno z napětí na zátěži nebo z proudu procházejícího zátěží (tj. na řazení na výstupní straně).

Tyto skupiny dohromady vytvářejí čtyři skupiny:

- napětová sériová vazba je charakterizována přenosem $\beta = \frac{u_\beta}{u_{out}} [-]$, zesilovač se popisuje napětovým přenosem $A_U = \frac{u_{out}}{u_d} [-]$;
- napětová paralelní vazba je charakterizována zpětnovazební vodivostí $\beta = \frac{i_\beta}{u_{out}} [\Omega^{-1}]$, zesilovač se charakterizuje „zesílením“ $A_R = \frac{u_{out}}{i_{in}} [\Omega]$;
- proudová sériová vazba má zpětnovazební impedanci $\beta = \frac{u_\beta}{i_{out}} [\Omega]$, zesilovač se charakterizuje zesílením $A_G = \frac{i_{out}}{u_d} [\Omega^{-1}]$;
- proudová paralelní vazba má zpětnovazební přenos $\beta = \frac{i_\beta}{i_{out}} [-]$, zesilovač se charakterizuje přenosem $A_I = \frac{i_{out}}{i_{in}} [-]$.



Obrázek 25: Blokové zapojení zpětných vazeb.

Všimněte si, že při těchto definicích je vždy součin βA_x bezrozměrný a vždy dostáváme formálně stejný tvar $A = \frac{A_x}{1 - \beta A_x}$. Proto platí např. všechna tvrzení o stabilitě, bez ohledu na konkrétní zapojení. Ovšem způsob zapojení zpětné vazby ovlivňuje další parametry, jako jsou vstupní a výstupní impedance.

3.4. Zapojení zpětné vazby

Obecně lze říci následující tvrzení, že záporná zpětná vazba ($1 - \beta A > 1$):

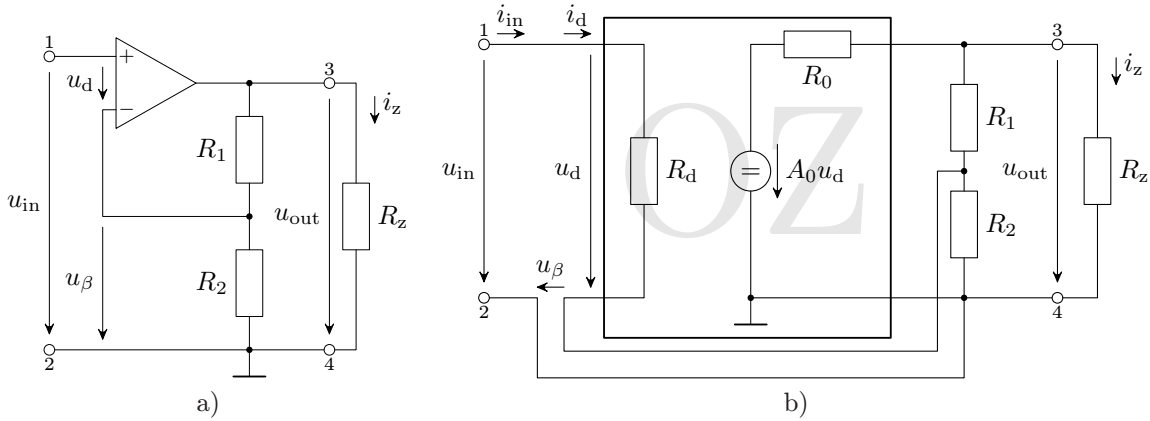
- sériová zvětšuje vstupní impedanci;
- proudová zvětšuje výstupní impedanci;
- paralelní snižuje vstupní impedanci;
- napětová snižuje výstupní impedanci.

Míra změn impedancí závisí nejen na síle vazby, ale také na poměru impedance zdroje, zátěže, vstupní a výstupní impedanci OZ.

Dále probereme všechny čtyři možné kombinace uvedených druhů zpětné vazby. Podle toho, co je považováno za vstupní a výstupní veličinu, se uvedená zapojení označují jako zesilovače typu U/U, I/I, U/I a I/U. Zaměříme se na odvození zesílení (v příslušných jednotkách) a vstupní a výstupní odpor, přičemž budeme používat následující předpoklady:

- stále platí lineární model OZ;
- zohledňujeme konečné velikosti A_0 , R_d , R_0 a zátěže R_z ;
- uvažuje ideální potlačení souhlasného napětí, nulové rušivé zdroje napětí a proudů (včetně nesymetrií) a nekonečné souhlasné odpory;
- podle typu zapojení budeme klást dodatečné podmínky na velikosti odporů, abychom mohli zanedbat některé proudy.

Neinvertující napěťový zesilovač U/U odvodíme za předpokladu, že jsou splněny podmínky $R_1 + R_2 \gg R_0$ a $R_1 + R_2 \gg R_z$. Z blokového schématu je vidět, že se v tomto případě jedná o sériovou napěťovou zpětnou vazbu. Zesílení zde má tvar $A_U = \frac{u_{out}}{u_{in}}$ a je bezrozměrné.



Obrázek 26: Zapojení U/U zesilovače: a) schéma zapojení, b) vnitřní zapojení s lineárním modelem.

Pro zpětnovazební napětí u_β odvodíme pomocí vztahů pro dělič napětí rovnost

$$u_\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{out}. \quad (64)$$

Uvažujeme-li II. Kirchhoffův zákon pro smyčku na vstupní straně, dostaneme podmínku $u_{in} - u_\beta - u_d = 0$, kterou můžeme po dosazení za u_β přepsat do tvaru

$$u_{in} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{out} - u_d = 0. \quad (65)$$

Obdobně na výstupní straně platí rovnice $A_0 u_d - u_{out} - i_z R_0 = 0$, ve které musíme vyjádřit poslední člen. Protože z Ohmova zákona platí $i_z = \frac{u_{out}}{R_z}$, získáme po vynásobení R_0 vyjádření

$$i_z R_0 = u_{out} \frac{R_0}{R_z}. \quad (66)$$

Po dosazení pak získáme další rovnici ve tvaru

$$A_0 u_d - u_{out} \left(1 + \frac{R_0}{R_z} \right) = 0. \quad (67)$$

Nyní můžeme z rovnice (65) vyjádřit $u_d = u_{in} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{out}$ a dosadit ho do (67), čímž dostaneme

$$A_0 u_{in} - \left(A_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + 1 + \frac{R_0}{R_z} \right) u_{out} = 0. \quad (68)$$

Upravíme-li tuto rovnici tak, aby na levé straně bylo pouze napětí u_{out} a uvědomíme-li si definici zesílení A_U , získáme pro zesílení výsledný vztah

$$A_U = \frac{1}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{A_0} + \frac{R_0}{A_0 R_z}}. \quad (69)$$

Ve výsledku vidíme, že výsledné zesílení U/U zesilovače závisí nejen na zpětnovazebních odporech R_1 a R_2 , ale také na zesílení OZ samotného, na jeho výstupním odporu i na zátěži. Spočteme-li limitu pro nekonečné zesílení $A_0 \rightarrow \infty$, získáme

$$A_{U\infty} = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} A_U = 1 + \frac{R_1}{R_2}, \quad (70)$$

což je výraz, který získáme v případě ideálního OZ pro neinvertující zapojení. Je tedy vidět, že požadavek vysokého zesílení A_0 je pro aplikaci OZ nejdůležitější (limitace R_z k nekonečnu nebo R_0 k nule stále

ponechá člen $\frac{1}{A_0}$ a výsledek se bude lišit od ideálního OZ). Z definice zesílení pak v ideálním přiblížení můžeme psát

$$u_{\text{out}} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) u_{\text{in}}. \quad (71)$$

Nyní se budeme zajímat o *vstupní odpor* U/U zesilovače, tj. odpor mezi vstupními svorkami 1 a 2, pro který platí

$$R_{\text{in}} = \frac{u_{\text{in}}}{i_{\text{in}}} = \frac{u_{\text{in}}}{\frac{u_{\text{d}}}{R_{\text{d}}}} = \frac{u_{\text{in}}}{u_{\text{d}}} R_{\text{d}}. \quad (72)$$

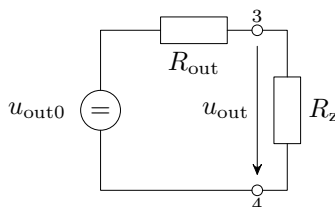
Dosadíme-li z (67) vztah

$$u_{\text{d}} = \frac{u_{\text{out}}}{A_0} \left(1 + \frac{R_0}{R_z}\right), \quad (73)$$

dostaneme

$$R_{\text{in}} = \frac{u_{\text{in}}}{u_{\text{out}}} A_0 \frac{R_{\text{d}}}{1 + \frac{R_0}{R_z}} = \frac{A_0}{A_U} \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R_z}} R_{\text{d}}, \quad (74)$$

kde jsme využili definiční vztah pro A_U . Protože je $A_0 \geq A_U \geq 0$ a R_0 je malé, platí vždy $R_{\text{in}} > R_{\text{d}}$, tedy vstupní odpor U/U zesilovače je větší než vstupní (diferenční) odpor samotného OZ. Tento poznatek je v souladu s výše uvedenými závěry, totiž že sériová zpětná vazba zvyšuje vstupní impedanci. Protože v reálných aplikacích bývá $R_0 \ll R_z$, lze vztah pro vstupní odpor zjednodušit na $R_{\text{in}} = \frac{A_0}{A_U} R_{\text{d}}$. V případě ideálního zesilovače pak $\lim_{A_0 \rightarrow \infty} R_{\text{in}} = \infty$.



Obrázek 27: Náhradní zapojení pro určení výstupního odporu U/U zesilovače.

Složitější je určení *výstupního odporu* U/U zesilovače, tj. odporu mezi svorkami 3 a 4. K jeho určení použijeme náhradní schéma výstupní části zapojení, ve kterém zapojíme do série ideální napěťový zdroj $u_{\text{out}0}$, hledaný výstupní odpor a zátěž. Na výstupních svorkách 3 a 4 náhradního zapojení pak bude napětí u_{out} takové, jako ve skutečném zapojení. Protože smyčkou protéká jen jeden proud²³, musí platit rovnost

$$\frac{u_{\text{out}}}{R_z} = \frac{u_{\text{out}0}}{R_{\text{out}} + R_z}. \quad (75)$$

Úpravou této rovnosti dostaneme vztah pro výstupní odpor

$$R_{\text{out}} = \left(\frac{u_{\text{out}0}}{u_{\text{out}}} - 1\right) R_z. \quad (76)$$

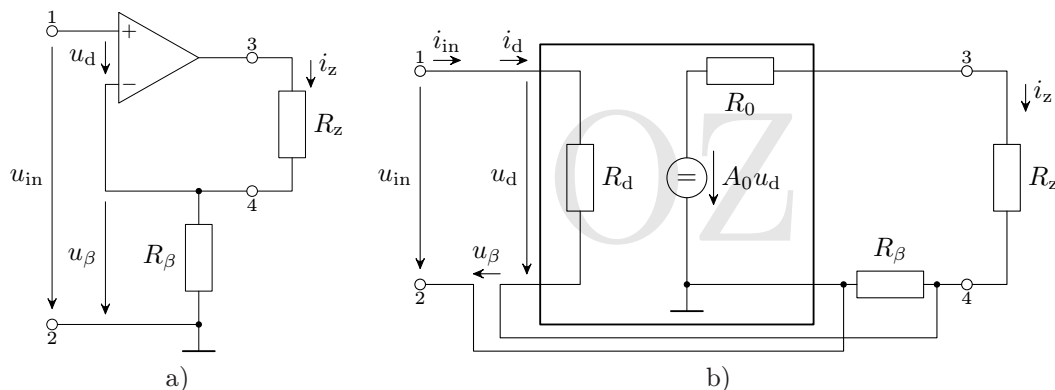
Abychom postoupili dále, musíme najít vyjádření pro $u_{\text{out}0}$ a u_{out} . Stačí nám, když si uvědomíme, že $u_{\text{out}0}$ odpovídá napětí u_{out} v případě, že $R_z = \infty$. Můžeme tedy uvažovat na vstupu libovolné napětí u_{in} a pomocí zesílení A_U určíme výstupní napětí jednou při R_z konečném a jednou při nekonečném. Zesílení vezmeme ze vztahu (69) a protože jsou u_{in} stejná, vykrátí se a nemusíme je dále uvažovat. Můžeme proto psát

$$R_{\text{out}} = \left(\frac{\frac{1}{\frac{R_2}{R_1+R_2} + \frac{1}{A_0}}}{\frac{R_2}{R_1+R_2} + \frac{1}{A_0} + \frac{R_0}{A_0 R_z}} - 1\right) R_z = \left(\frac{\frac{R_2}{R_1+R_2} + \frac{1}{A_0} + \frac{R_0}{A_0 R_z}}{\frac{R_2}{R_1+R_2} + \frac{1}{A_0}} - 1\right) R_z = \frac{R_0}{1 + A_0 \frac{R_2}{R_1+R_2}}. \quad (77)$$

Vidíme, že výstupní odpor U/U zesilovače je nižší než výstupní odpor samotného OZ, což je v souladu se závěry o působení napěťové zpětné vazby na výstupní impedanci. V případě nekonečného zesílení dostáváme $\lim_{A_0 \rightarrow \infty} R_{\text{out}} = 0 \Omega$.

²³Díky podmínce kladené na R_1 , R_2 a R_z .

Neinvertující zesilovač U/I je charakterizován sériovou proudovou vazbou. Za vstup v tomto případě považujeme napětí u_{in} , výstupem je pak proud i_z , který OZ vnucuje do zátěže R_z . Lze na toto zapojení nahlížet také jako na napětím řízený zdroj proudu. Odvodíme nyní velikost přenosu $A_G = \frac{i_z}{u_{in}}$ [S] za dodatečné podmínky $R_\beta \ll R_d$.



Obrázek 28: Zapojení U/I zesilovače: a) schéma zapojení, b) vnitřní zapojení s lineárním modelem.

Na vstupní straně platí stejná rovnice jako v případě U/U zesilovače, jen pro zpětnovazební napětí platí $u_\beta = R_\beta i_z$, dostaneme tedy rovnici²⁴ $u_{in} - R_\beta i_z - u_d = 0$. Na výstupní straně pak podle II. Kirchhoffova zákona platí $A_0 u_d - i_z (R_0 + R_z + R_\beta) = 0$. Dosadíme-li z první rovnice do druhé za u_d , získáme rovnici

$$A_0 u_{in} - (A_0 R_\beta + R_0 + R_z + R_\beta) i_z = 0. \quad (78)$$

Z ní pak podle definice určíme přenos

$$A_G = \frac{A_0}{A_0 R_\beta + R_\beta + R_0 + R_z} = \frac{1}{R_\beta + \frac{1}{A_0} (R_\beta + R_0 + R_z)}. \quad (79)$$

Opět vidíme, že výsledný přenos závisí nejen na R_β , ale i na A_0 , R_0 a R_z . Pro případ nekonečného zesílení obdržíme výsledek

$$A_{G\infty} = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} A_G = \frac{1}{R_\beta},$$

podle kterého přenos s ideálním OZ závisí jen na zpětné vazbě, tj. platí

$$i_z = \frac{1}{R_\beta} u_{in}. \quad (80)$$

Pro vstupní odpor $R_{in} = \frac{u_{in}}{i_{in}}$ platí postupně $R_{in} = \frac{u_{in}}{u_d/R_d} = \frac{u_{in}}{u_d} R_d$. Vyjádříme-li vstupní napětí jako $u_{in} = \frac{i_z}{A_G}$ a rozdílové napětí jako $u_d = \frac{i_z}{A_0} (R_0 + R_z + R_\beta)$, získáme po dosazení

$$R_{in} = \frac{A_0}{A_G} \frac{R_d}{R_\beta + R_z + R_0}. \quad (81)$$

V případě nekonečného zesílení získáme nekonečnou hodnotu vstupního odporu. Vztah pro výstupní odpor nebudeme odvozovat, pouze uvedeme, že platí $R_{out} = R_0 + (1 + A_0)R_\beta$, tj. je větší než výstupní odpor OZ samotného. V případě nekonečného zesílení platí

$$R_{out\infty} = \lim_{A \rightarrow \infty} R_{out} = R_0 + R_\beta \lim_{A \rightarrow \infty} (1 + A) = \infty, \quad (82)$$

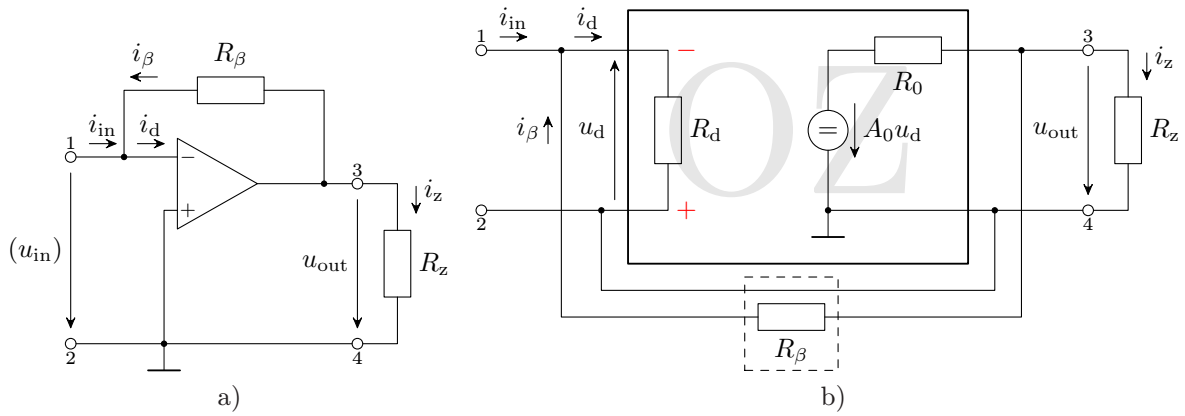
tedy výstupní odpor je také nekonečný. Tento závěr odpovídá představě ideálního zdroje proudu.

Invertující zesilovač I/U je charakterizován použitím paralelní napěťové zpětné vazby a přenosem $A_R = \frac{u_{out}}{i_{in}}$ [Ω]. Velikost přenosu určíme za podmínek $R_d \gg R_\beta$ a $R_\beta \gg R_0$. Protože máme zapojenu paralelní vazbu, nebudeme na vstupní straně určovat napětí, ale proudy v místě přivedení vazby. Podle I. Kirchhoffova zákona platí $i_{in} + i_\beta - i_d = 0$ a protože platí²⁵ $i_d R_d = -u_d$, dostaneme pro zpětnovazební proud

$$i_\beta = -i_{in} - \frac{u_d}{R_d}. \quad (83)$$

²⁴Zde využíváme dodatečnou podmínku.

²⁵Všimněte se, že je zde opačná orientace u_d .



Obrázek 29: Zapojení I/U zesilovače: a) schéma zapojení, b) vnitřní zapojení s lineárním modelem.

Nyní si určíme smyčku, která prochází vstupem OZ, zpětnou vazbou a zátěží, a podle II. Kirchhoffova zákona sestavíme rovnici pro napětí $u_d - R_\beta i_\beta + u_{\text{out}} = 0$ a dosadíme za i_β :

$$u_d + R_\beta i_{\text{in}} + \frac{R_\beta}{R_d} u_d + u_{\text{out}} = 0,$$

kde podtržený člen můžeme zanedbat vzhledem k počátečním předpokladům. Dostaneme pak rovnici pro rozdílové napětí

$$u_d = -R_\beta i_{\text{in}} - u_{\text{out}}. \quad (84)$$

K popisu výstupu použijeme pouze Ohmův zákon, tedy budeme psát

$$i_z = \frac{u_{\text{out}}}{R_z}. \quad (85)$$

Nyní musíme svázat vstupní i výstupní stranu. Proto si zvolíme smyčku, která prochází zdrojem ve výstupu OZ, zpětnou vazbou a vstupním diferenčním odporem a použijeme na ni Kirchhoffův zákon a dosadíme za i_β a i_z , budeme tedy postupně psát

$$\begin{aligned} A_0 u_d - R_0 (i_z + i_\beta) - R_\beta i_\beta + u_d &= 0 \\ A_0 u_d - R_0 \left(\frac{u_{\text{out}}}{R_z} - i_{\text{in}} - \frac{u_d}{R_d} \right) + R_\beta i_{\text{in}} + \frac{R_\beta}{R_d} u_d + u_d &= 0 \\ (A_0 + 1) u_d - \frac{R_0}{R_z} u_{\text{out}} + (R_0 + R_\beta) i_{\text{in}} &= 0 \\ -(A_0 + 1) R_\beta i_{\text{in}} - (A_0 + 1) u_{\text{out}} - \frac{R_0}{R_z} u_{\text{out}} + (R_0 + R_\beta) i_{\text{in}} &= 0, \end{aligned}$$

kde podtržené členy byly opět zanedbány. Po další úpravě dostaneme

$$i_{\text{in}} (R_0 - A_0 R_\beta) = u_{\text{out}} \left(A_0 + 1 + \frac{R_0}{R_z} \right)$$

a následně můžeme pro přenos psát rovnici

$$A_R = \frac{u_{\text{out}}}{i_{\text{in}}} = - \frac{A_0 R_\beta - R_0}{A_0 + 1 + \frac{R_0}{R_z}}, \quad (86)$$

kde jsme znaménkem minus zdůraznili inverzní charakter zapojení. Velikost přenosu opět závisí, kromě zpětné vazby, na vlastnostech OZ i velikosti zátěže. Budeme-li uvažovat nekonečné zesílení, dostaneme

$$A_{R\infty} = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} A_R = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} - \frac{R_\beta - \frac{R_0}{A_0}}{1 + 1/A_0 + \frac{R_0}{A_0 R_z}} = -R_\beta,$$

tedy přenos s ideálním zesilovačem je závislý jen na vlastnostech zpětné vazby a platí $u_{\text{out}} = -R_\beta i_{\text{in}}$.

Vstupní odpor I/U zesilovače odvodíme z jeho definice $R_{in} = \frac{u_{in}}{i_{in}}$, když si uvědomíme platnost vztahů (84) a $u_{in} = -u_d$. Vydělíme-li vztah (84) proudem i_{in} a dosadíme do něj R_{in} , získáme $R_{in} = R_\beta + A_R$. Protože je A_R záporné, je vstupní odpor I/U zesilovače vždy menší, než vstupní odpor operačního zesilovače. V případě nekonečného zesílení pak máme

$$R_{in\infty} = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} (R_\beta + A_R) = R_\beta + \lim_{A_0 \rightarrow \infty} A_R = R_\beta - R_\beta = 0.$$

Tedy vstupní odpor bude nulový a v případě, že neinvertující vstup OZ bude uzemněn, bude se vstup I/U zesilovače chovat jako *virtuální zem*, tj. jako uzel, který má vůči skutečné zemi nulový odpor a stejný potenciál.

Výstupní odpor I/U zesilovače odvodíme pomocí stejného postupu jako v případě U/U zesilovače. Vyjdeme ze vztahu (76), ale dosadíme

$$u_{out0} = -\frac{A_0 R_\beta - R_0}{A_0 + 1} i_{in},$$

$$u_{out} = -\frac{A_0 R_\beta - R_0}{A_0 + 1 + \frac{R_0}{R_z}} i_{in}.$$

Po dosazení dostaneme vztah

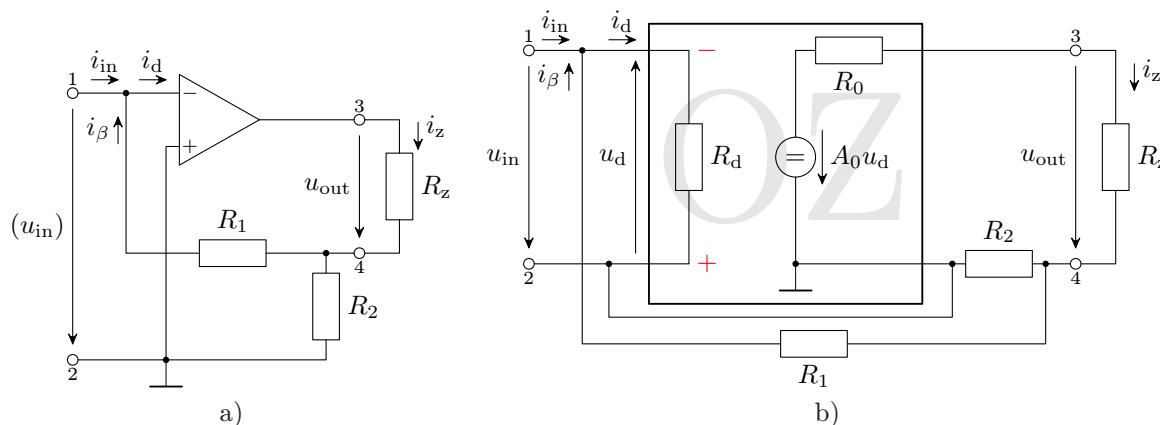
$$R_{out} = \frac{R_0}{A_0 + 1},$$

tedy výstupní odpor je vždy menší než výstupní odpor samotného OZ. V přiblížení nekonečného zesílení dostáváme $R_{out\infty} = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} \frac{R_0}{A_0 + 1} = 0 \Omega$ a výstup má charakter ideálního zdroje napětí.

Souvislost s invertujícím zesilovačem Uvedené zapojení zesilovače se nápadně podobá invertujícímu zesilovači na obr. 2a). V podstatě se jedná o stejné zapojení. I/U zesilovač musí mít na vstupu zdroj proudu a výstupní napětí je pak $u_{out} = -R_\beta i_{in}$. Protože jsme na začátku textu chtěli pracovat se zdrojem napětí, museli jsme vytvořit zdroj proudu uměle, pomocí rezistoru. Tedy platí

$$u_{out} = -R_\beta \frac{u_{in}}{R_1} = -\frac{R_\beta}{R_1} u_{in}, \quad (87)$$

což je formálně stejný výsledek jako na straně 4.



Obrázek 30: Zapojení I/I zesilovače: a) schéma zapojení, b) vnitřní zapojení s lineárním modelem.

Invertující proudový zesilovač I/I využívá poslední kombinace – paralelní proudové zpětné vazby. Popisuje se pomocí bezrozměrného proudového zesílení $A_I = \frac{i_z}{i_{in}}$, jehož velikost odvodíme za dodatečných podmínek $R_1 \ll R_d$ a $R_2 \ll R_d$. Pro uzel u invertujícího vstupu platí podmínka $i_{in} + i_\beta - i_d = 0$ a dosadíme-li do ní ze vztahu $i_d R_d = -u_d$, dostaneme rovnici

$$i_\beta = -i_{in} - \frac{u_d}{R_d} \quad (88)$$

pro zpětnovazební proud. Dále si zvolíme smyčku přes vstupní obvod a zpětnovazební rezistory R_1 a R_2 a určíme její rovnici podle II. Kirchhoffova zákona:

$$u_d - R_1 i_\beta + R_2 (i_z - i_\beta) = 0. \quad (89)$$

Po dosazení za i_β získáme

$$u_d + R_1 i_{in} + \frac{R_1}{R_d} u_d + R_2 i_z + R_2 i_{in} + \frac{R_2}{R_d} u_d = 0, \quad (90)$$

$$u_d = -(R_1 + R_2) i_{in} - R_2 i_z,$$

kde jsme opět zanedbali podtržené členy. Teď sestavíme rovnici pro smyčku, která sváže vstup i výstup OZ – povede přes výstupní zdroj OZ, vstup, rezistor R_1 a zátěž. Budeme-li postupně dosazovat z rovnic (88) a (90), můžeme psát

$$A_0 u_d + u_d - R_1 i_\beta - R_z i_z - R_0 i_z = 0,$$

$$(A_0 + 1) u_d + R_1 i_{in} + \frac{R_1}{R_d} u_d - R_z i_z - R_0 i_z = 0,$$

$$-(A_0 + 1)(R_1 + R_2) i_{in} - (A_0 + 1) R_2 i_z + R_1 i_{in} - (R_z + R_0) i_z = 0.$$

Poslední vztah upravíme a dosadíme do definice zesílení a pak získáme

$$A_I = \frac{i_z}{i_{in}} = -\frac{(A_0 + 1)(R_1 + R_2) - R_1}{R_z + R_0 + R_2(A_0 + 1)} \approx -\frac{R_1 + R_2}{R_2 + \frac{R_z + R_0}{A_0 + 1}}, \quad (91)$$

kde v přibližné části zanedbáváme R_1 v čitateli. Opět zesílení závisí i na jiných parametrech než jen R_1 a R_2 a opět tato závislost vymizí při $A_0 \rightarrow \infty$:

$$A_{I\infty} = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} A_I = -\frac{R_1 + R_2}{R_2},$$

tj.

$$i_z = -\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) i_{in}. \quad (92)$$

Pro vstupní odpor platí $R_{in} = R_1 + R_2 + A_I R_2$, při nekonečném zesílení pak $R_{in\infty} = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} R_{in} = R_1 + R_2 - \frac{R_1 + R_2}{R_2} R_2 = 0 \Omega$. Výstupní odpor pak je $R_{out} = R_0 + A_0 R_2$ a v limitě nekonečného zesílení $R_{out\infty} = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} R_{out} = \infty$. Výstup má v tomto případě opět charakter ideálního proudového zdroje.

Posouzení velikosti chyby Zkusme posoudit velikost chyby pro následující příklad. Požadujeme zapojení neinvertujícího zesilovače s $A_U = 1000$, zatíženého rezistorem $R_z = 10 \text{ k}\Omega$. Jako operační zesilovač použijeme levný zesilovač s parametry $A_0 = 10^6$, $R_0 = 70 \Omega$. Budeme-li vycházet ze vztahu pro ideální operační zesilovač, vyjde při volbě $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ hodnota $R_1 = 999 \text{ k}\Omega$. Po dosazení do vztahu (69) vyjde skutečné zesílení $A_U \doteq 999$. Při vstupním napětí 1 mV bude absolutní chyba výstupního napětí $\Delta u_{out} = (1000 - 999) \text{ mV} = 1 \text{ mV}$. Relativní chyba napětí, plynoucí ze zanedbání konečného zesílení, výstupního odporu a odporu zátěže, bude $\rho_{u_{out}} = 0,1 \%$. Pokud by bylo zesílení operačního zesilovače o řád větší, $A_0' = 10^7$, vyjde relativní chyba přibližně o řád menší, $\rho_{u_{out}}' = 0,01 \%$.

Posouzení, zda je relativní chyba velká či malá, závisí na konkrétní aplikaci. Pro řadu rutinních měření je chyba $0,1 \%$ (tj. 10^{-3} nebo 10^3 ppm) zanedbatelná a není třeba nedokonalosti operačního zesilovače zohledňovat. Ovšem v metrologických aplikacích, kde se nejistoty běžně pohybují v dílech ppm, je tato chyba dost výrazná²⁶.

Složitější operační sítě V praxi se nepoužívají jen uvedené základní druhy zpětných vazeb, ale také některé složitější:

1. signál lze přivádět na oba vstupy operačního zesilovače, tak jako v případě rozdílového zesilovače, příp. může mít obvod více vstupů (sumátor);
2. v operační síti se může vyskytovat několikanásobná zpětná vazba (časté u filtrů), kdy je část výstupního napětí na vstup vedena několika větvemi najednou;
3. lze kombinovat zápornou a kladnou zpětnou vazbu – např. když v rozdílovém zesilovači místo uzemnění R_4 jej zapojíme na výstup. Stabilita zapojení je v tom případě podmíněna převažováním záporné vazby, tj. musí platit $R_1 R_4 > R_2 R_3$. Tyto obvody mají zajímavé vlastnosti;

²⁶Může být zajímavé srovnat, jak se pro zvolený typ operačního zesilovače a jeho parametry liší zde získaný výsledek od výsledku, který by se získal z úplného modelu popsaného rovnicí (49).

4. v zapojení může být několik operačních zesilovačů a zpětná vazba se může uzavírat přes několik z nich.

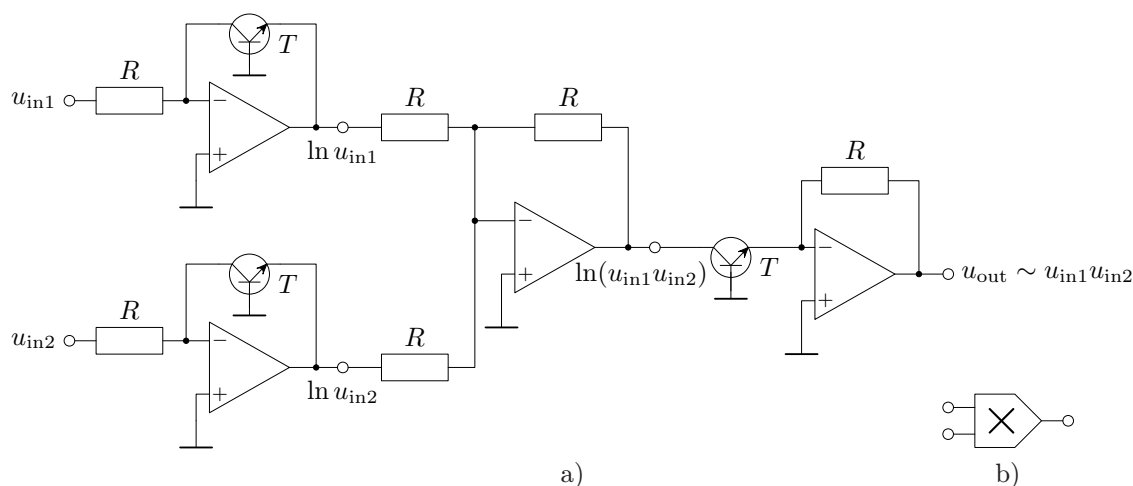
Precizní analýza takových obvodů je nepochybně složitější. I když se všechny výše uvedené příklady už v textu vyskytly (kap. 1.1) nebo vyskytnou, jejich analýza bude omezena na model ideálního operačního zesilovače.

4. Aplikace analogových obvodů

V předchozích kapitolách jsme se podrobně seznámili s chováním operačního zesilovače a jeho základními zapojeními. Nyní se podíváme na jejich vybrané aplikace, např. pro realizaci složitějších matematických operací.

Analogové násobení a dělení Analogové násobení pomocí operačních zesilovačů je založeno na využití vztahů, které umožňují násobení převést na sčítání. Lze použít dvě cesty:

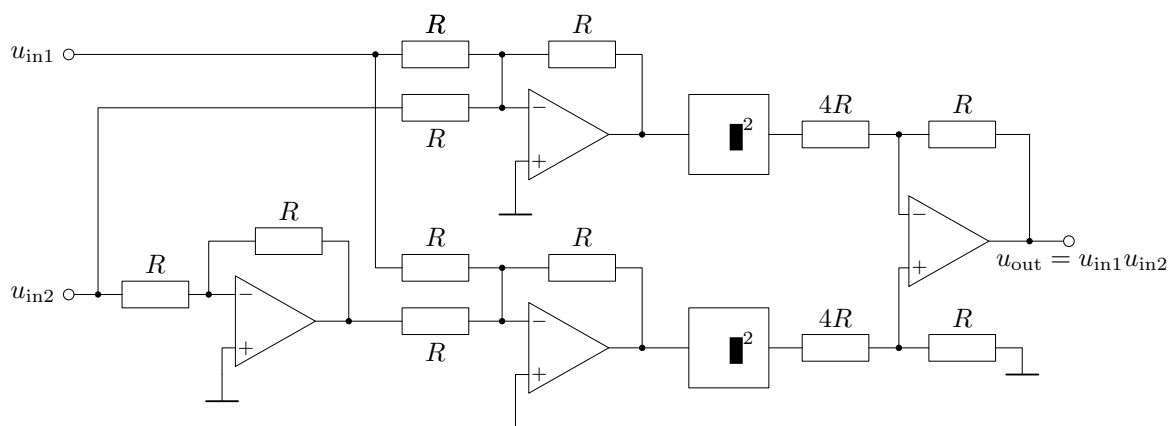
- Využití **logaritmu** vychází ze vztahu $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. Na začátku se obě vstupní napětí u_{in1} a u_{in2} vedou přes logaritmické zesilovače (obr. 31a), pak se sečtou sumátorem a výsledek projde antilogaritmickým zesilovačem. Pro výstupní napětí pak platí $u_{out} = k_n u_{in1} u_{in2}$. Ukázkou jedné konstrukce logaritmické násobičky můžeme vidět na obr. 31a). U logaritmických násobiček je třeba dávat pozor na polaritu vstupních napětí, některá zapojení mohou pracovat jen v jednom kvadrantu (např. oba vstupy kladné).



Obrázek 31: Analogová násobička: a) logaritmická násobička, b) obecný symbol násobičky.

Na obr. 31b) je uveden obecný symbol násobičky. Symbol \times může být doplněn číslem, které udává výše zmíněnou konstantu k_n .

- Lze využít také vztahů pro **druhou mocninu dvojčlenů**, tj. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ a $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Jejich odečtením získáme vztah $ab = \frac{1}{4} [(a + b)^2 - (a - b)^2]$. Násobička, která pracuje na tomto principu, je na obr. 32. V první větvi se sčítají obě vstupní napětí $u_{in1} + u_{in2}$, ve druhé větvi se nejprve invertuje u_{in2} a pak se napětí sečtou, tj. získáme $u_{in1} - u_{in2}$. Obě získaná napětí umocníme na druhou a odečteme v rozdílovém zesilovači s přenosem $\frac{1}{4}$. Tím získáme výsledný součin $u_{out} = u_{in1} u_{in2}$.



Obrázek 32: Analogová násobička mocninová.

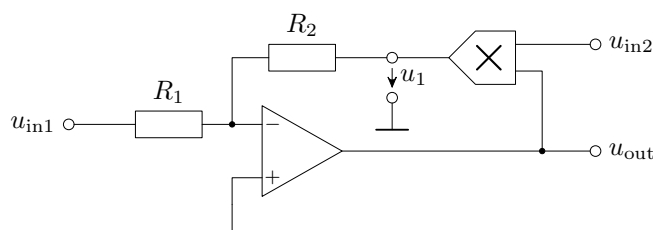
Jediným problematickým blokem je zde *kvadrátor*, který realizuje druhou mocninu. K tomu účelu se používají speciální nelineární součástky, které mají kvadratickou voltampérovou charakteristiku.

K realizaci **dělení** můžeme opět použít logaritmu (tentokrát s rozdílovým zesilovačem místo sumátoru), ale častěji se používá zapojení dle obr. 33, ve kterém zapojíme analogovou násobičku do zpětné vazby druhého operačního zesilovače. Zde platí, že pomocné napětí $u_1 = u_{in2}u_{out}$ a z prvního Kirchhoffova zákona pro uzel u invertujícího vstupu dostaneme rovnici

$$\frac{u_{in1}}{R_1} = -\frac{u_1}{R_2}.$$

Po dosazení za u_1 dostaneme $R_2u_{in1} = -R_1u_{in2}u_{out}$ a úpravou získáme

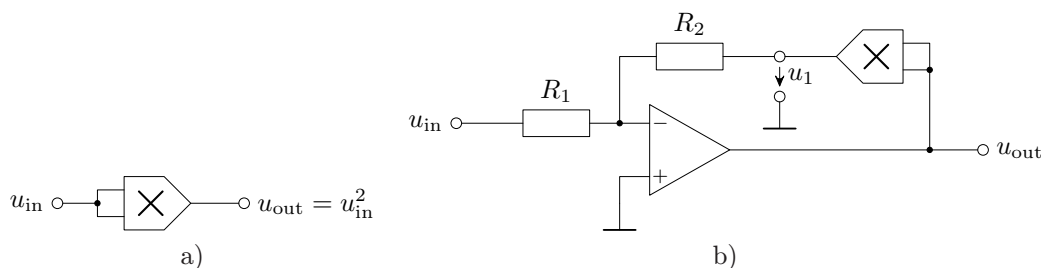
$$u_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{u_{in1}}{u_{in2}}. \quad (93)$$



Obrázek 33: Analogová dělička.

Analogové umocňování a odmocňování Druhou **mocninu** získáme jednoduše tak, že spojíme oba vstupy analogové násobičky (obr. 34a). Obecnou mocninu získáme opět s využitím vlastnosti logaritmu $\ln a^r = r \ln a$ – zapojíme logaritmický zesilovač, napětí r -krát zesílíme a použijeme antilogaritmický zesilovač. **Odmocninu** můžeme opět zrealizovat zapojením do zpětné vazby (obr. 34b). Vztah získáme, když do vztahu (93) dosadíme $u_{in2} = u_{out}$. Vychází

$$u_{out} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} u_{in}.$$



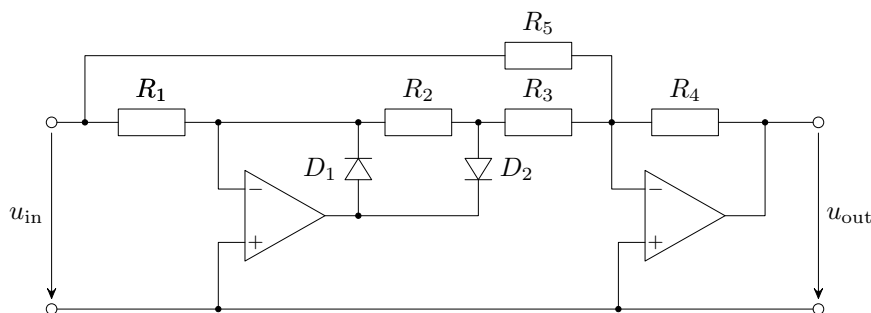
Obrázek 34: Analogové a) umocňování a b) odmocňování.

V současné době se už násobení běžně nere realizuje skládáním z více operačních zesilovačů, jak to bylo ukázáno na předchozích obrázcích, ale používají se speciální integrované obvody. Ty mohou obsahovat buď uvedená zapojení, nebo mohou využívat jiné principy, např. *Gilbertovo zapojení*. Jejich výhodou je jednoduché použití pro realizaci „složitějších variant“ násobení a často i dělení. Příkladem může být např. obvod AD532, který má celkem pět vstupů x_1, x_2, y_1, y_2 a z a může realizovat funkce:

- násobení $u_{out} = k(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)$ bez přídavných prvků,
- druhou mocninu $u_{out} = kx^2$ bez přídavných prvků,
- dělení $u_{out} = k\frac{x_1}{z}$ s pěti rezistory,
- druhou odmocninu $u_{out} = k\sqrt{z}$ s pěti rezistory a diodou a
- navíc ještě rozdíl čtverců $u_{out} = k(x^2 - y^2)$ se čtyřmi rezistory a jedním operačním zesilovačem.

POZNÁMKA

Usměrňovače Poslední matematickou operací, která nám zbývá, je realizace absolutní hodnoty. Absolutní hodnotu v podstatě realizuje dvoucestný usměrňovač. Různých zapojení usměrňovačů existuje velké množství, které se od sebe liší počtem použitých operačních zesilovačů, diod a přesných rezistorů. Jedno zapojení je na obr. 35. Jeho funkci si rozebereme zvlášť pro obě polarity napětí:



Obrázek 35: Dvoucestný usměrňovač.

1. V případě $u_{in} > 0$ je výstup operačního zesilovače záporný, proto je dioda D_1 zavřena a D_2 otevřena. To vede (v případě ideálních diod) k tomu, že se zpětná vazba operačního zesilovače uzavře přes D_2 a získáváme klasické zapojení invertujícího zesilovače. Před rezistorem proto bude napětí $-\frac{R_2}{R_1}u_{in}$, které bude jedním ze vstupů sumátoru, tvořeného druhým operačním zesilovačem. Na ten se pak ještě horní větví přivádí přímo vstupní napětí. Výstupní napětí proto bude

$$u_{out} = -\left(\frac{R_4}{R_5} - \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1}\right) u_{in}.$$

Budou-li platit podmínky $R_1 = R_2$, $2R_3 = R_4 = R_5$, získáme výstupní napětí

$$u_{out} = +u_{in},$$

tedy výstup bude kladný.

2. V případě $u_{in} < 0$ by měl být výstup operačního zesilovače kladný a zpětná vazba se uzavírá přes D_1 , což znamená, že na levé svorce R_2 bude nulové napětí. Spodní větev na vstupu sumátoru se tedy neuplatní a výstupní napětí bude (při uvedených podmínkách pro rezistory)

$$u_{out} = -u_{in},$$

což vzhledem k zápornosti u_{in} znamená opět kladný výstup.

Spojíme-li oba případy do jednoho, můžeme psát

$$u_{out} = |u_{in}|.$$

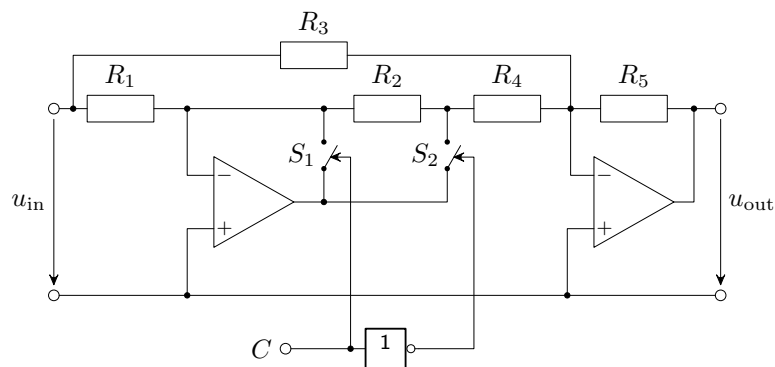
Operačními zesilovači umíme tedy realizovat téměř všechny potřebné matematické operace: sčítání, odčítání, násobení (konstantou i navzájem), dělení, mocniny, absolutní hodnoty, derivace i integrace.

Dále se podíváme na obvody, které využívají integraci operačních zesilovačů s logickými prvky, byť jenom ve funkci řízených spínačů.

Elektronické střídače jsou obvody, které mohou v přesně definovaných okamžicích změnit znaménko přenosu. Zapojení na obr. 36 se od dvoucestného usměrňovače liší nahrazením obou diod spínači. Proto se dá říci, že elektronický střídač je *řízený usměrňovač*, jehož okamžiky usměrnění nejsou dány samotným zpracovávaným signálem, ale pomocným logickým signálem C . Popis funkce je velmi podobný popisu dvoucestného usměrňovače s tím rozdílem, že dvě „cesty“ nezávisí na polaritě vstupního napětí, ale na logickém signálu C :

1. je-li $C = 0$, je sepnut spínač S_2 a uzavírá se přes něj zpětná vazba, což vede – za podmínek $R_1 = R_2$, $2R_3 = R_4 = R_5$ – k výslednému napětí $u_{out} = u_{in}$;
2. je-li $C = 1$, je sepnut spínač S_1 a spodní větev se v součtu opět neuplatní, takže výsledek bude $u_{out} = -u_{in}$.

Bude-li vstupní napětí konstantní U_0 , může jej periodickou změnou C převést na střídavý obdélkový signál s amplitudou U_0 .

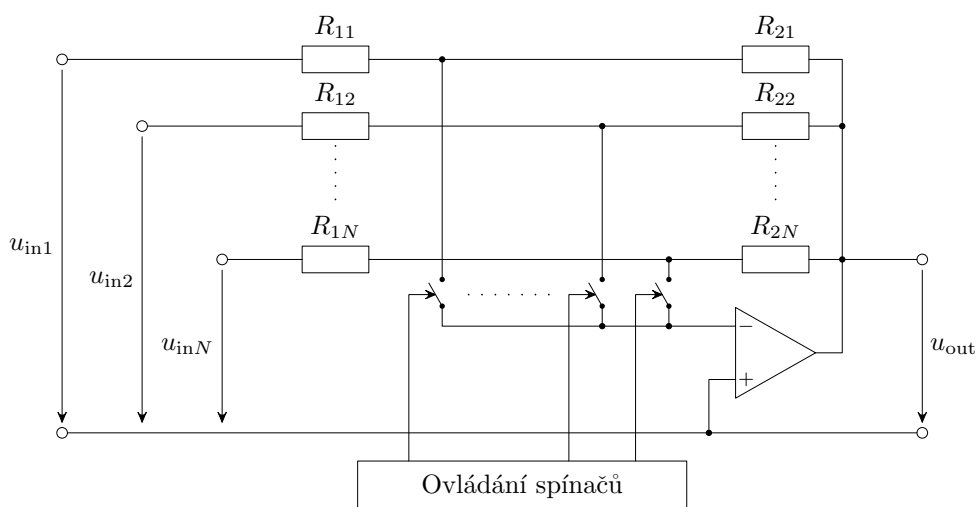


Obrázek 36: Střídač.

Multiplexor a demultiplexor V mnoha případech zpracování analogových signálů potřebujeme „sérově“ pracovat s více nezávislými vstupy. Na příklad můžeme mít třeba výstupy pěti senzorů, ale pouze jeden analogově-digitální převodník. Musíme proto připájet na vstup převodníku analogové hodnoty tak, aby napětí na vstupu bylo v daném okamžiku závislé pouze na jediném vstupním napětí. Takovou funkci realizuje zařízení zvané **analogový multiplexor** (obr. 37). V něm je zapojeno N spínačů tak, že v daném okamžiku může být sepnutý jen jeden spínač S_k . Pak je uzavřena zpětná vazba jen pro k -tou větev a operační zesilovač nastavuje své výstupní napětí tak, aby platilo

$$u_{out} = -\frac{R_{2k}}{R_{1k}} u_{ink}.$$

Výstupní napětí tedy nezávisí na napětích ostatních větví a náš požadavek je splněn.

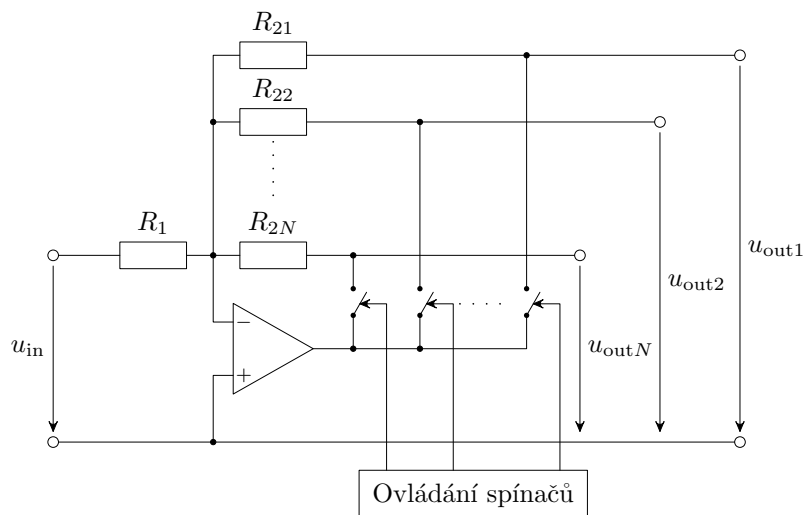


Obrázek 37: Analogový multiplexor.

Opačnou funkci, tedy rozvedení jednoho vstupu na více výstupů, zajišťuje zapojení **analogového demultiplexoru** (obr. 38). V něm je opět N spínačů, z nichž je sepnutý pouze jediný, k -tý spínač. V tom případě je zase uzavřena zpětná vazba pro k -tou větev a platí

$$u_{outk} = -\frac{R_{2k}}{R_1} u_{in}.$$

Protože u invertujícího vstupu je virtuální zem, musí být na všech ostatních výstupech nulové napětí.



Obrázek 38: Analogový demultiplexor.

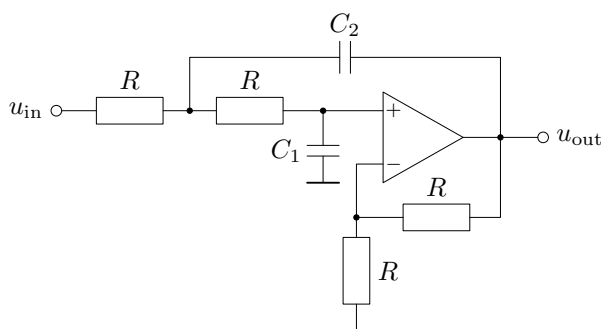
4.1. Simulace v programu MultiSim

Poslední částí přednášek je simulace vybraných dějů v programu MultiSim. Realizujte následující úlohy:

1. sestavte základní zapojení invertujícího a neinvertujícího zesilovače a ověřte si jejich chování pro různé velikosti vstupního napětí i frekvenci;
2. zjistěte, jak roste napětí na C v multivibrátoru a zda platí vztah (40) pro jeho periodu;
3. ověřte si chování syntetické indukčnosti ($R = 14 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$) – samotné i v rámci RLC obvodu (volte $R = 200 \Omega$, $C = 3,3 \mu\text{F}$);
4. ověřte si přenosovou frekvenční charakteristika dolní propusti 4. řádu s kmitočtem $f_m = 1 \text{ kHz}$ v Besselově aproximaci:

- nejprve proměřte obě propusti 2. řádu samostatně;
- pak vyzkoušejte obě kaskádní zapojení (různé pořadí);
- vyzkoušejte si vliv hodnot součástek:
 - volte hodnoty C celočíselné a z řady E10;
 - použijte v obou propustech stejné hodnoty.

Propust je realizována pomocí dvou propustí druhého řádu (obr. 39) s hodnotami součástek $R = 5,6 \text{ k}\Omega$ a $C_1 = 19 \text{ nF}$, $C_2 = 20,7 \text{ nF}$ v první propusti a $C_1 = 11 \text{ nF}$, $C_2 = 28,6 \text{ nF}$ v druhé propusti.



Obrázek 39: Pásmová propust druhého řádu.

5. vyzkoušejte kompenzaci proudové nesymetrie.

5. Literatura

- [1] Punčochář J.: *Operační zesilovače v elektronice* (1996) BEN
- [2] Dostál J.: *Operační zesilovače* (2005) BEN
- [3] Hájek K., Sedláček, J.: *Kmitočtové filtry* (2002) BEN
- [4] Láníček R.: *Elektronika: obvody – součástky – děje* (1999) BEN

• Autor textu

Mgr. Milan Vůjtek, Ph.D.
milan.vujtek@upol.cz
tel.: 58 563 4167

• Pracoviště

Katedra experimentální fyziky
Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci
17. listopadu 1192/12, 771 46 Olomouc
<http://www.upol.cz/fakulty/prf/struktura/katedry-a-pracoviste/katedra-experimentalni-fyziky>